

数字图像处理

(Digital Image Processing)

第4章 频率域滤波

2020年2月

频率域滤波

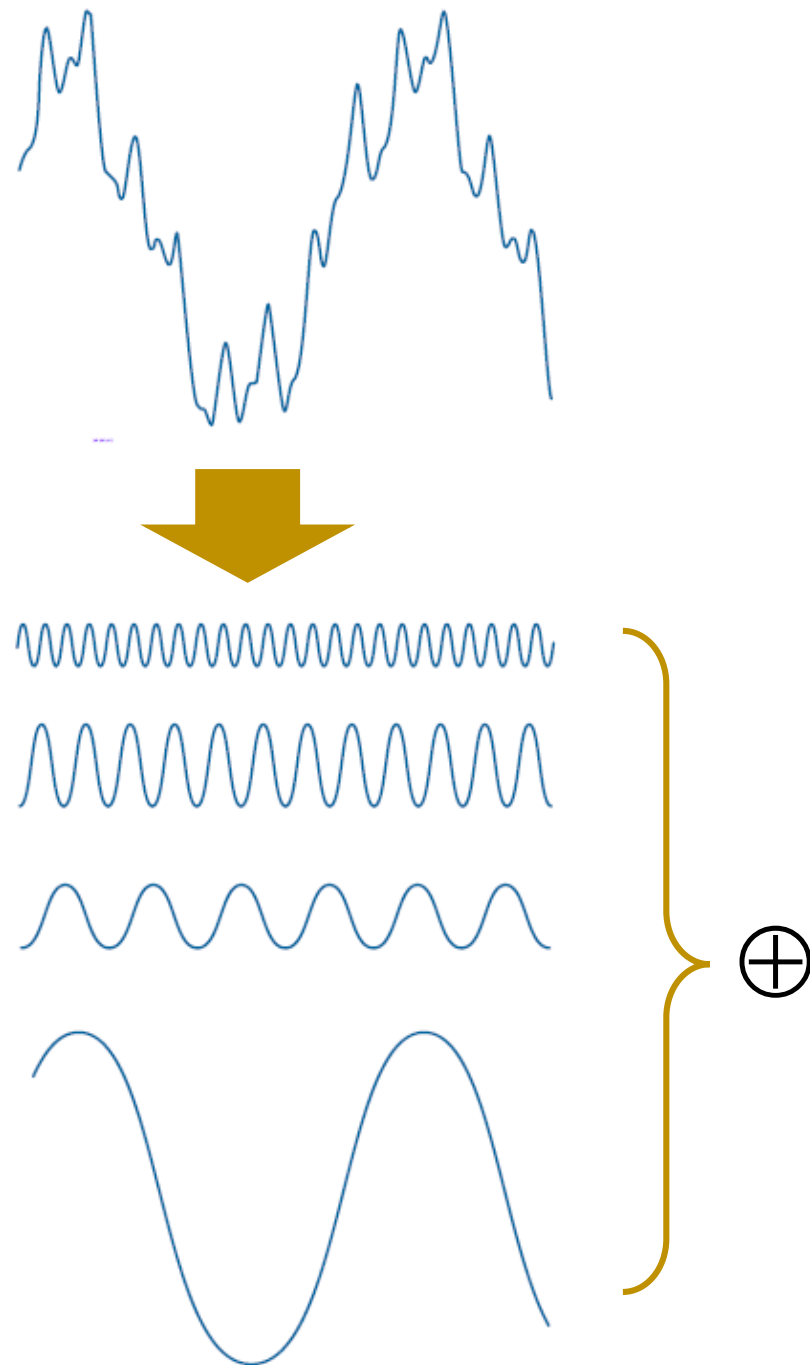
- 4.1 背景
- 4.2 基本概念
- 4.3 取样和取样函数的傅立叶变换
- 4.4 单变量的离散傅立叶变换
- 4.5 两个变量的扩展
- 4.6 二维离散傅立叶变换的一些性质
- 4.7 频率域滤波基础
- 4.8 频率域滤波器平滑图像
- 4.9 频率域滤波器锐化图像
- 4.10 选择性滤波

§4.1 傅立叶级数和变换简史



Fourier,
1768 ~1830

- 1807年 完成《热的传播》，提出任何连续周期信号可以由一组适当的正弦曲线组合而成



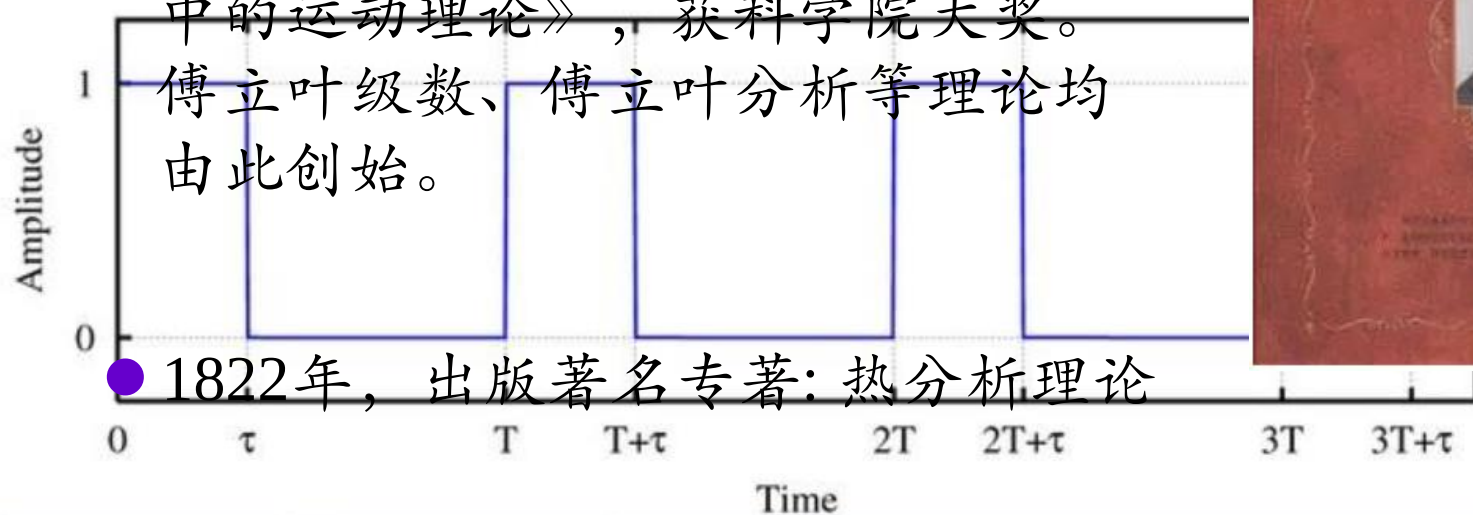
§4.1 傅立叶级数和变换简史



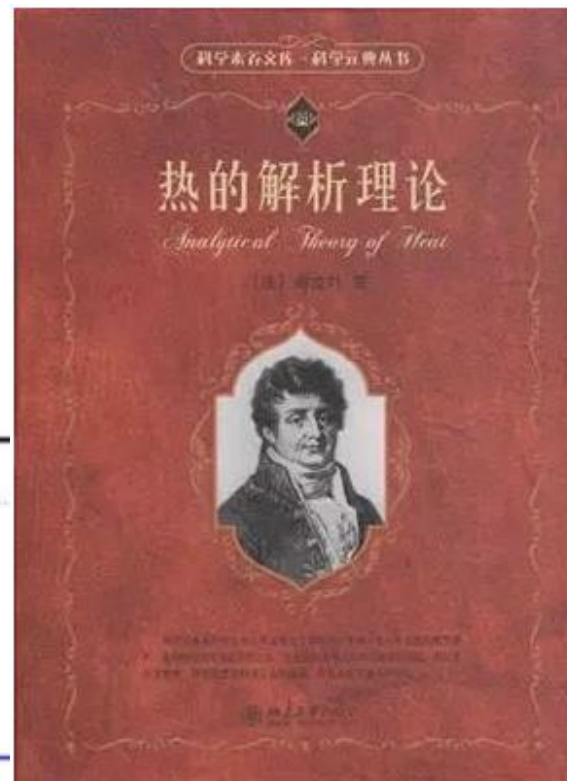
Fourier,
1768 ~1830

- 1807年 完成《热的传播》，提出任何连续周期信号可以由一组适当的正弦曲线组合而成

- 1811年 提交修改论文《热在固体中的运动理论》，获科学院大奖。傅立叶级数、傅立叶分析等理论均由此创始。



- 1822年，出版著名专著：热分析理论



§4.1 傅立叶级数和变换简史

狄里赫利条件 (1829年提出)

- 在一个周期内连续或只有有限个第一类间断点 (左极限=右极限)
- 在一个周期内只有有限个极大值或极小值
- 周期函数的绝对值在一个周期内的积分存在

§4.1 傅立叶级数和变换简史

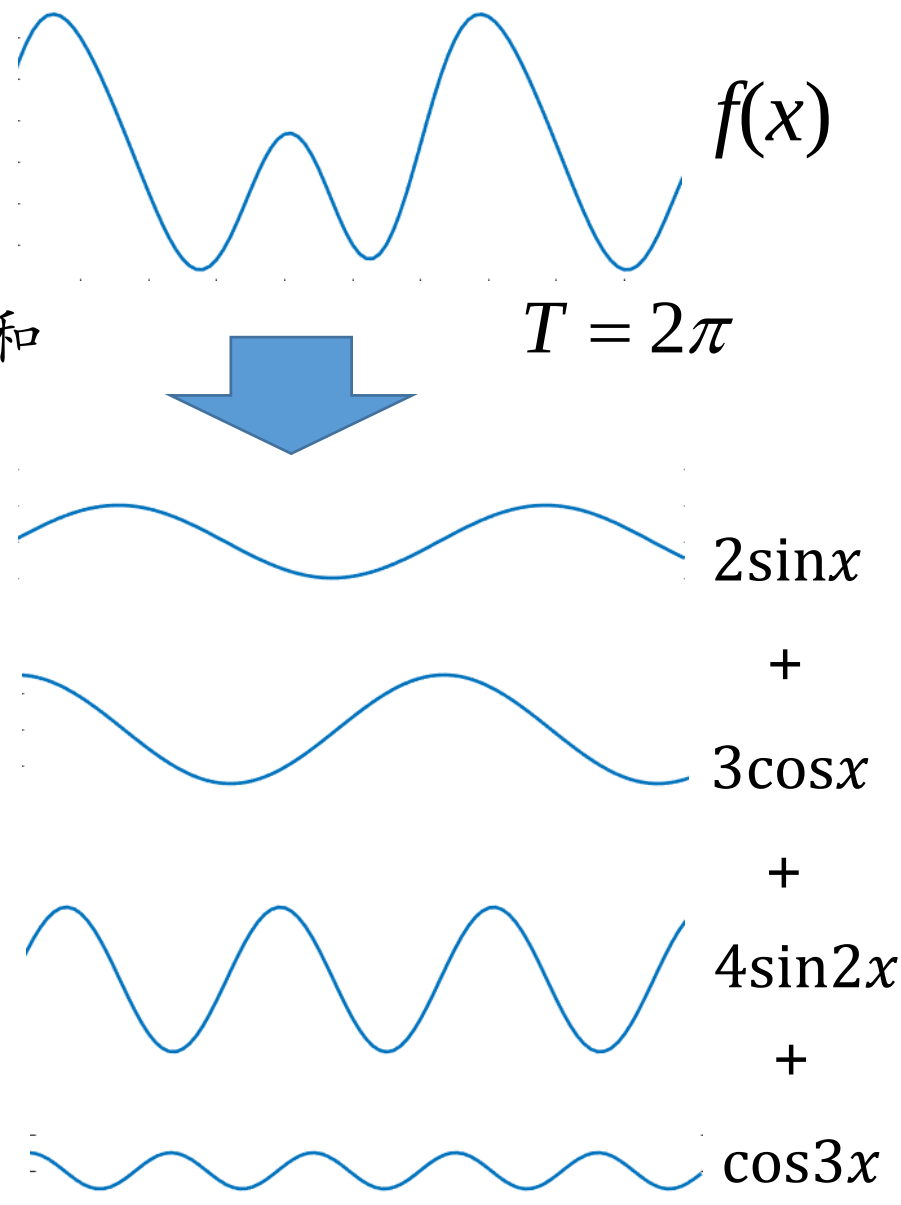
傅立叶级数

任何周期 (周期为 $2l$) 函数均可表示成不同频率的正弦和余弦函数的加权和:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{l} + b_n \sin \frac{n\pi x}{l} \right)$$

$$a_n = \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{n\pi x}{l} dx, \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

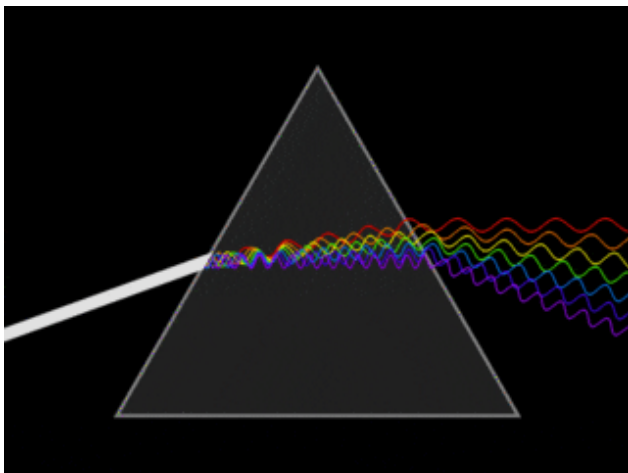
$$b_n = \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{n\pi x}{l} dx, \quad (n = 1, 2, 3 \dots)$$



§4.1 傅立叶级数和变换简史

傅立叶级数

一种直观解释：光的色散现象

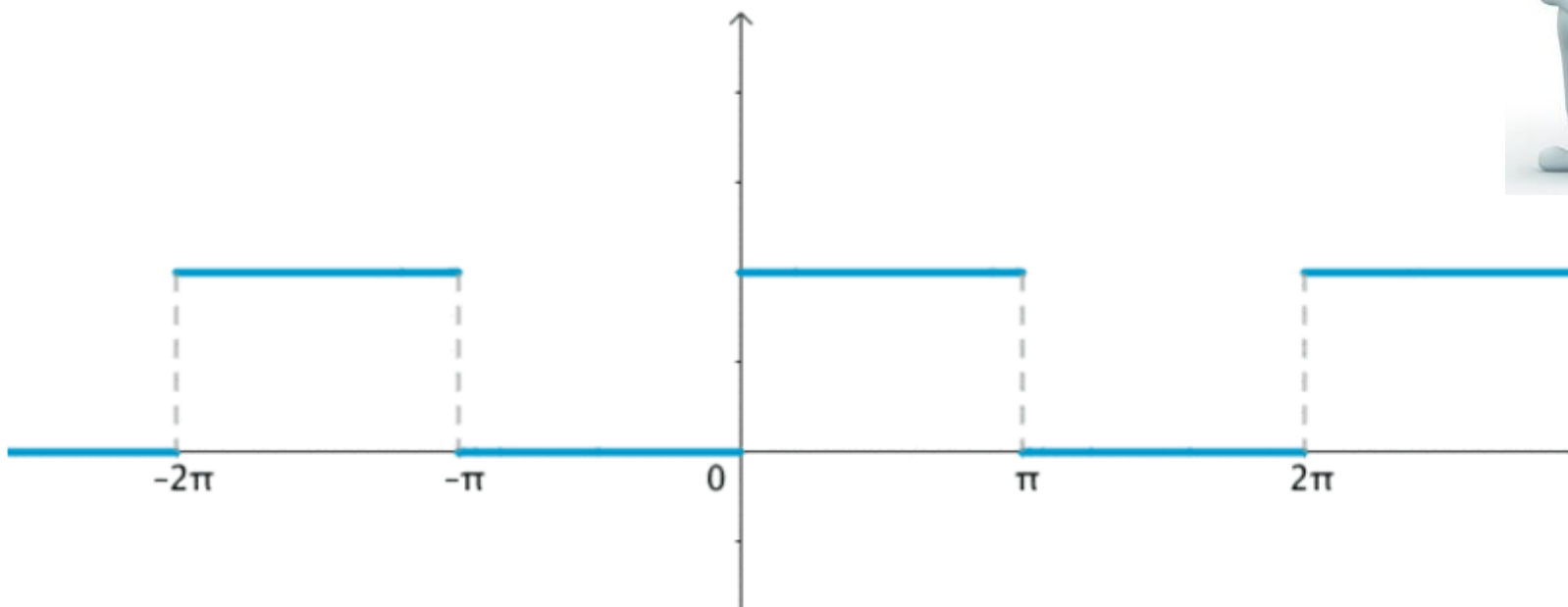


白色 = 红 + 橙 + 黄 + 绿 + 蓝 + 靛 + 紫

$$\text{白色} = \sum a_n \text{Sin}(nx)$$

§4.1 傅立叶级数和变换简史

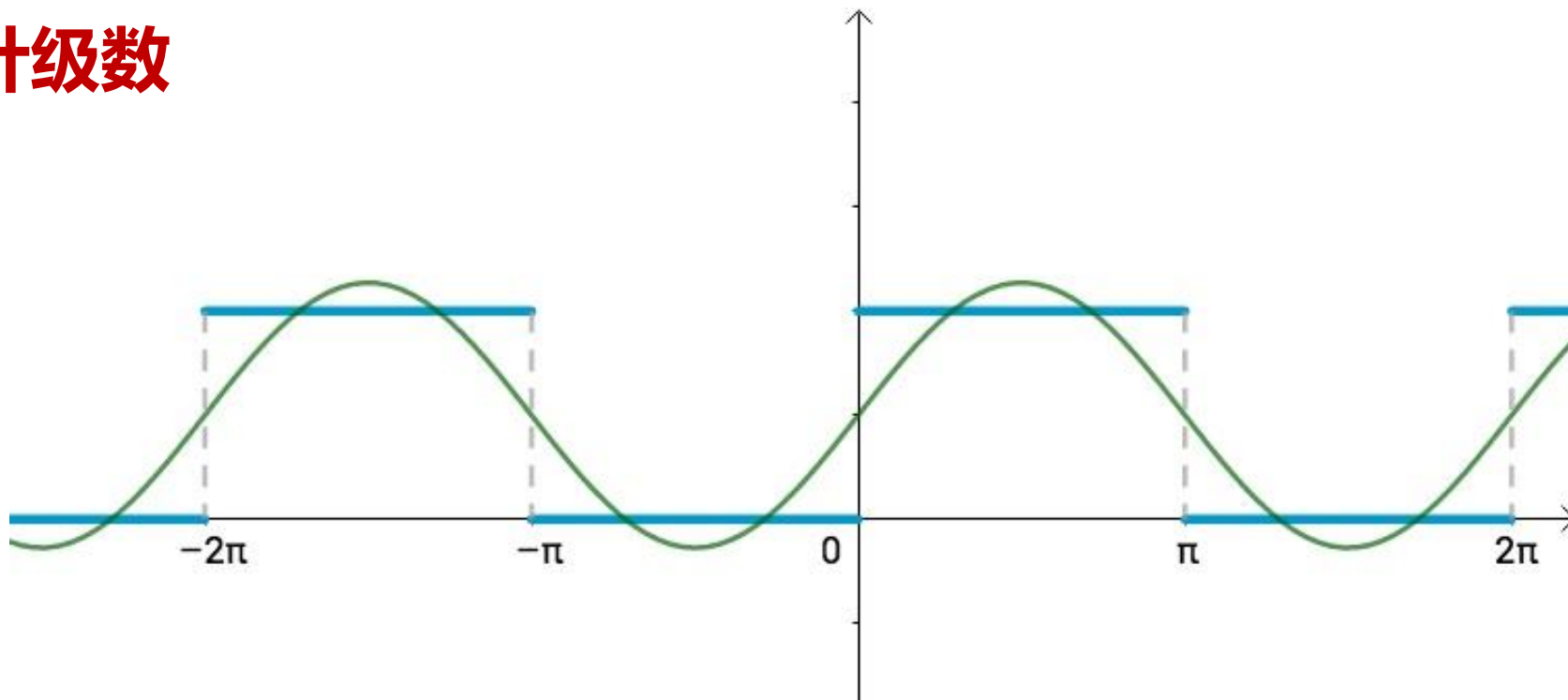
傅立叶级数



$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{l} + b_n \sin \frac{n\pi x}{l} \right)$$

§4.1 傅立叶级数和变换简史

傅立叶级数

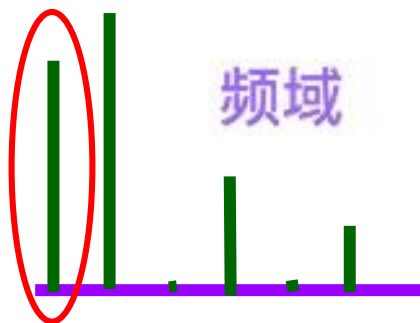
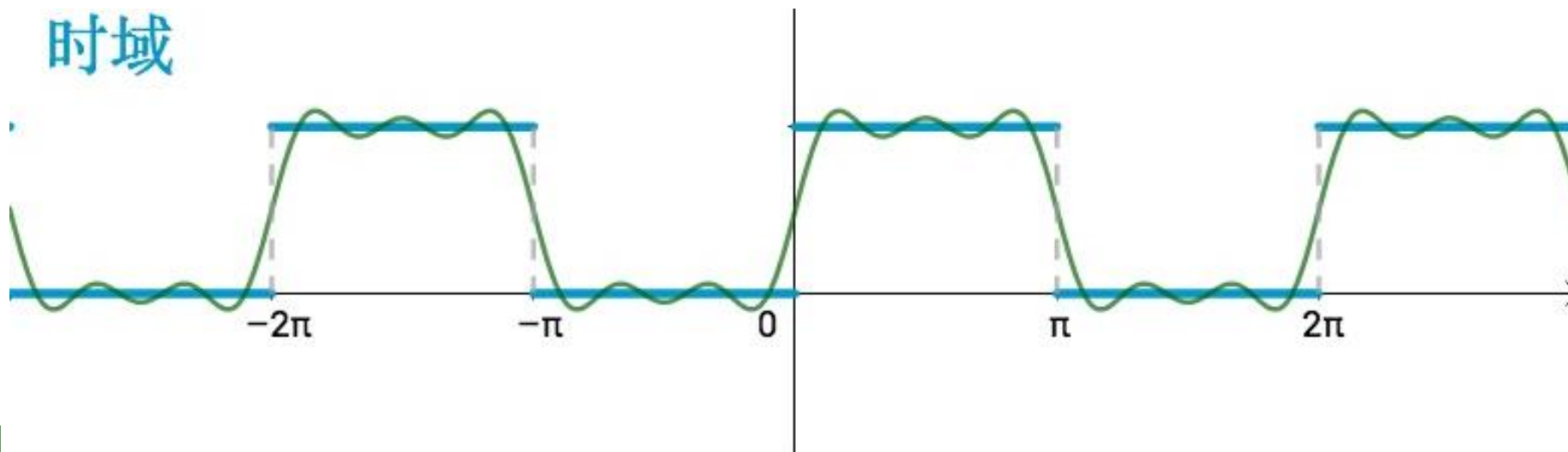


$$f(x) \approx 1 + \frac{4}{\pi} \sin(x)$$

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{l} + b_n \sin \frac{n\pi x}{l} \right)$$

§4.1 傅立叶级数和变换简史

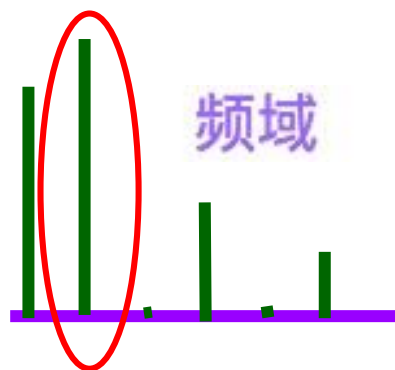
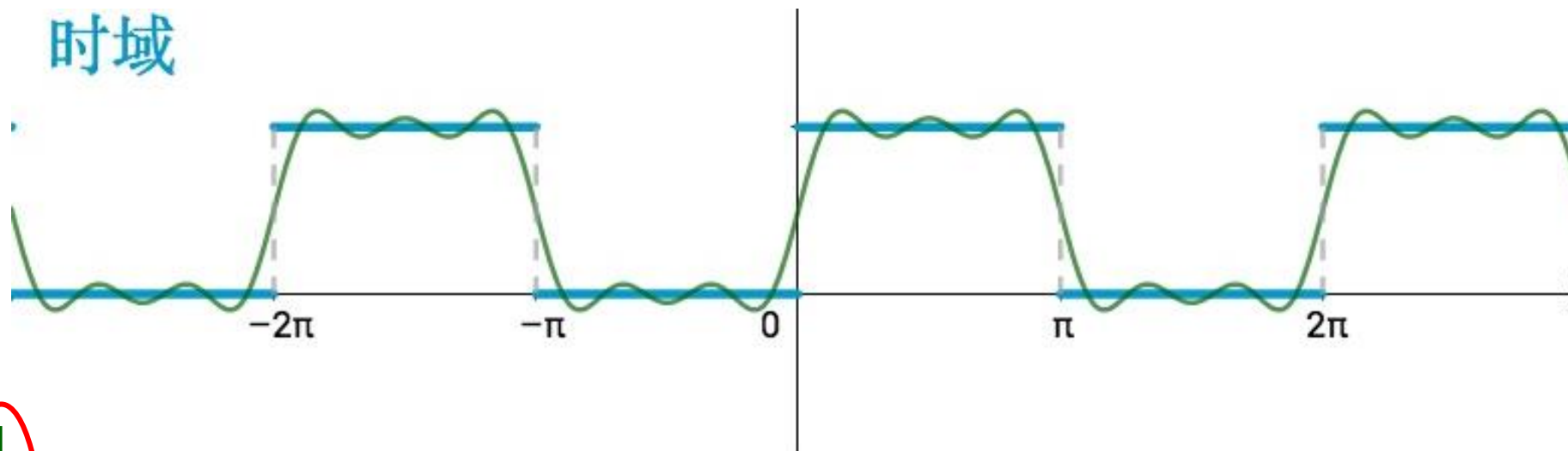
傅立叶级数



$$f(x) \approx 1 + \frac{4}{\pi} \sin(x) + 0 \sin(2x) + \frac{4}{3\pi} \sin(3x) + 0 \sin(4x) + \frac{4}{5\pi} \sin(5x)$$

§4.1 傅立叶级数和变换简史

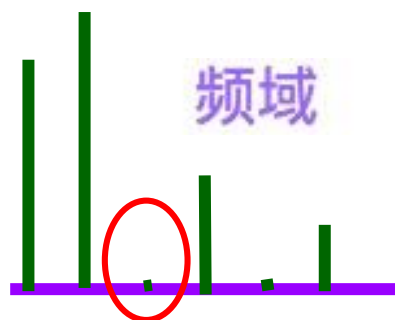
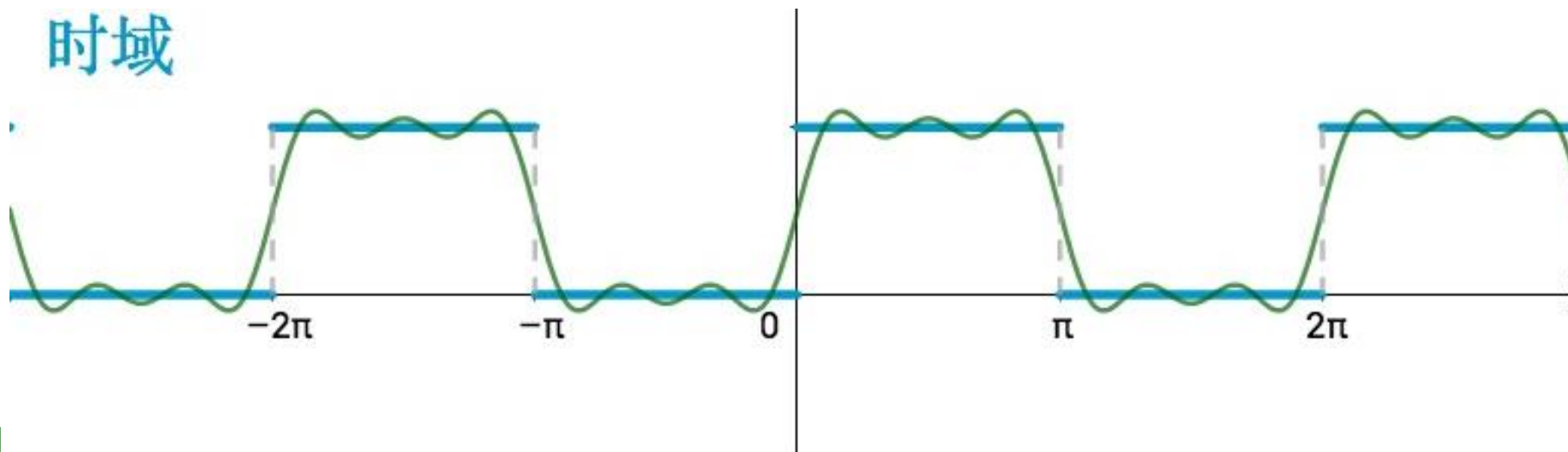
傅立叶级数



$$f(x) \approx 1 + \frac{4}{\pi} \sin(x) + 0 \sin(2x) + \frac{4}{3\pi} \sin(3x) + 0 \sin(4x) + \frac{4}{5\pi} \sin(5x)$$

§4.1 傅立叶级数和变换简史

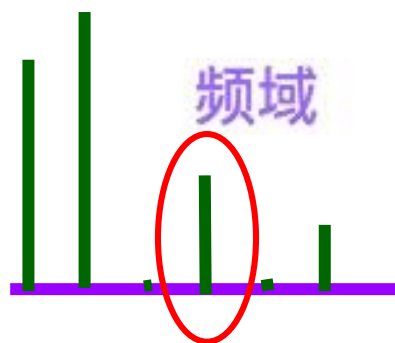
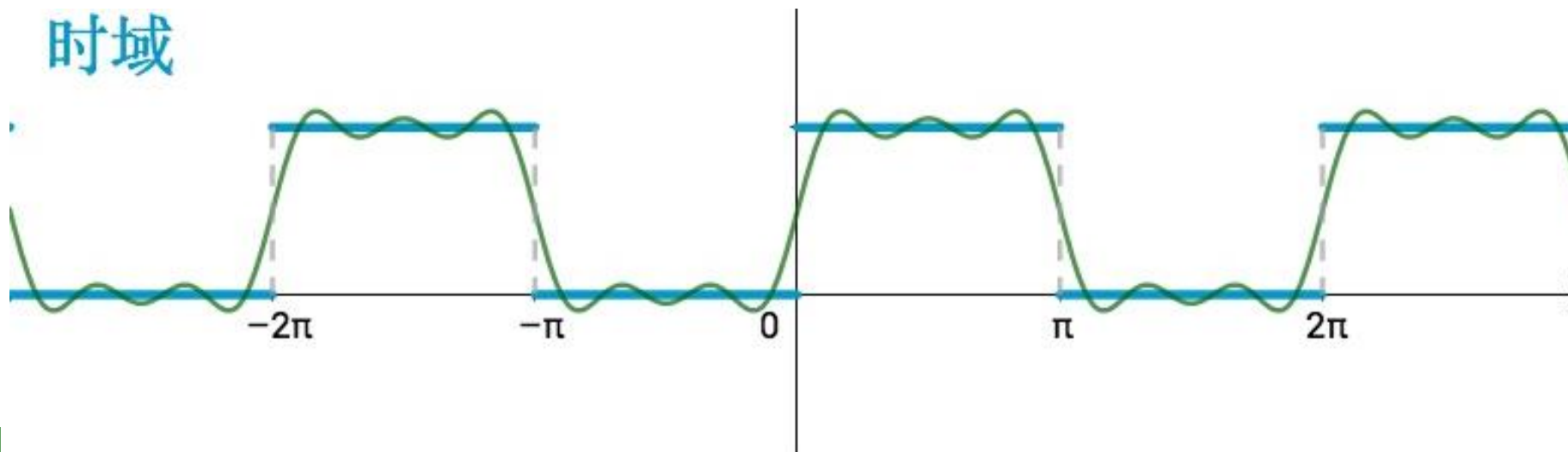
傅立叶级数



$$f(x) \approx 1 + \frac{4}{\pi} \sin(x) + 0 \sin(2x) + \frac{4}{3\pi} \sin(3x) + 0 \sin(4x) + \frac{4}{5\pi} \sin(5x)$$

§4.1 傅立叶级数和变换简史

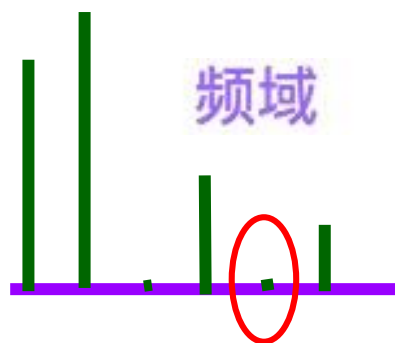
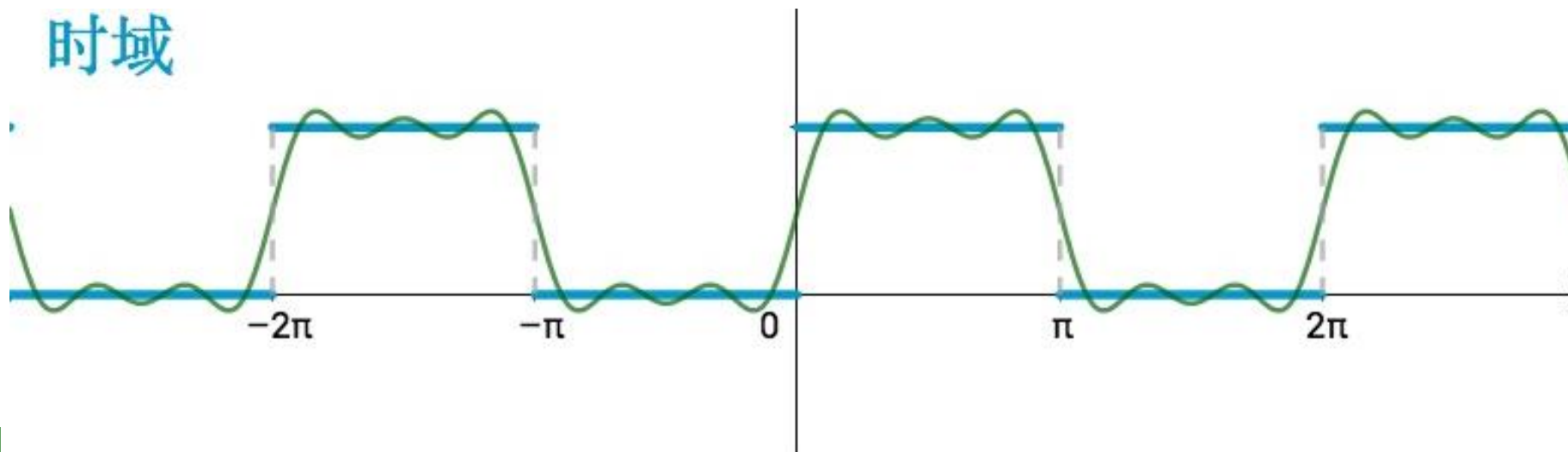
傅立叶级数



$$f(x) \approx 1 + \frac{4}{\pi} \sin(x) + 0 \sin(2x) + \frac{4}{3\pi} \sin(3x) + 0 \sin(4x) + \frac{4}{5\pi} \sin(5x)$$

§4.1 傅立叶级数和变换简史

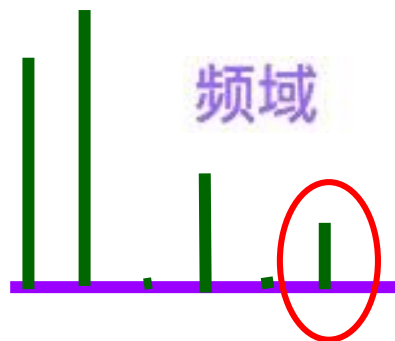
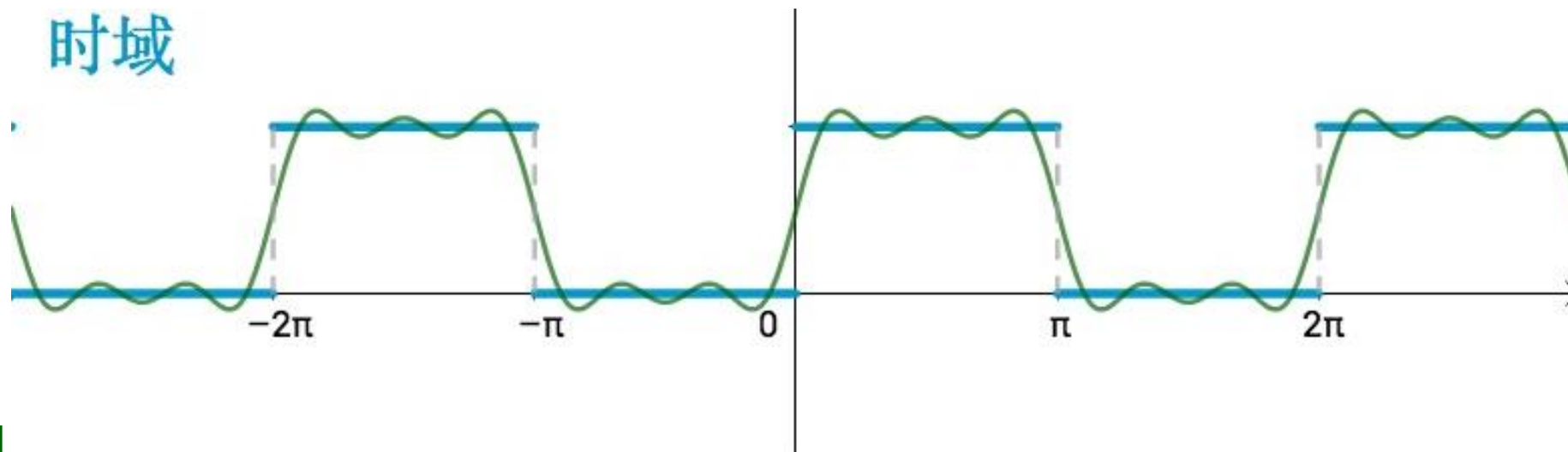
傅立叶级数



$$f(x) \approx 1 + \frac{4}{\pi} \sin(x) + 0 \sin(2x) + \frac{4}{3\pi} \sin(3x) + 0 \sin(4x) + \frac{4}{5\pi} \sin(5x)$$

§4.1 傅立叶级数和变换简史

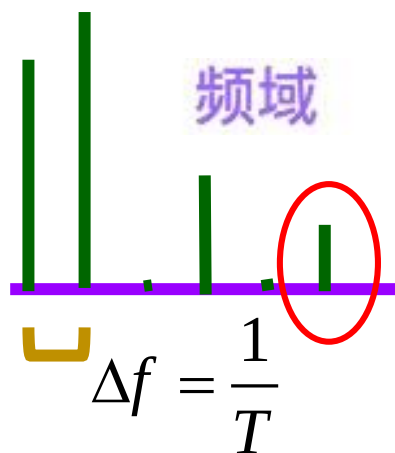
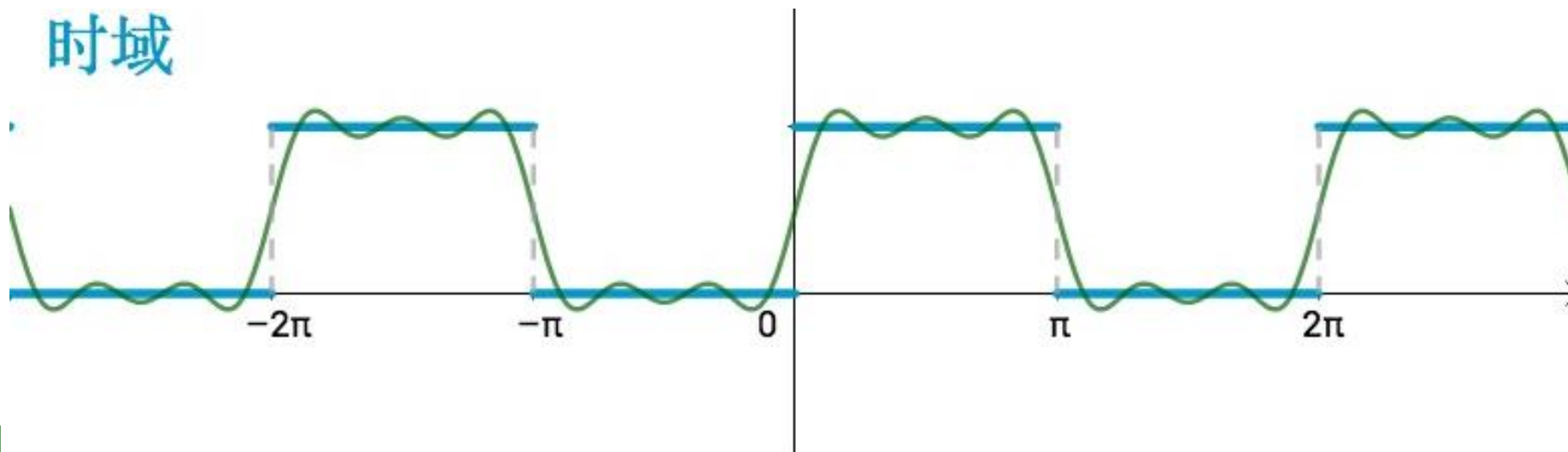
傅立叶级数



$$f(x) \approx 1 + \frac{4}{\pi} \sin(x) + 0 \sin(2x) + \frac{4}{3\pi} \sin(3x) + 0 \sin(4x) + \frac{4}{5\pi} \sin(5x)$$

§4.1 傅立叶级数和变换简史

傅立叶级数

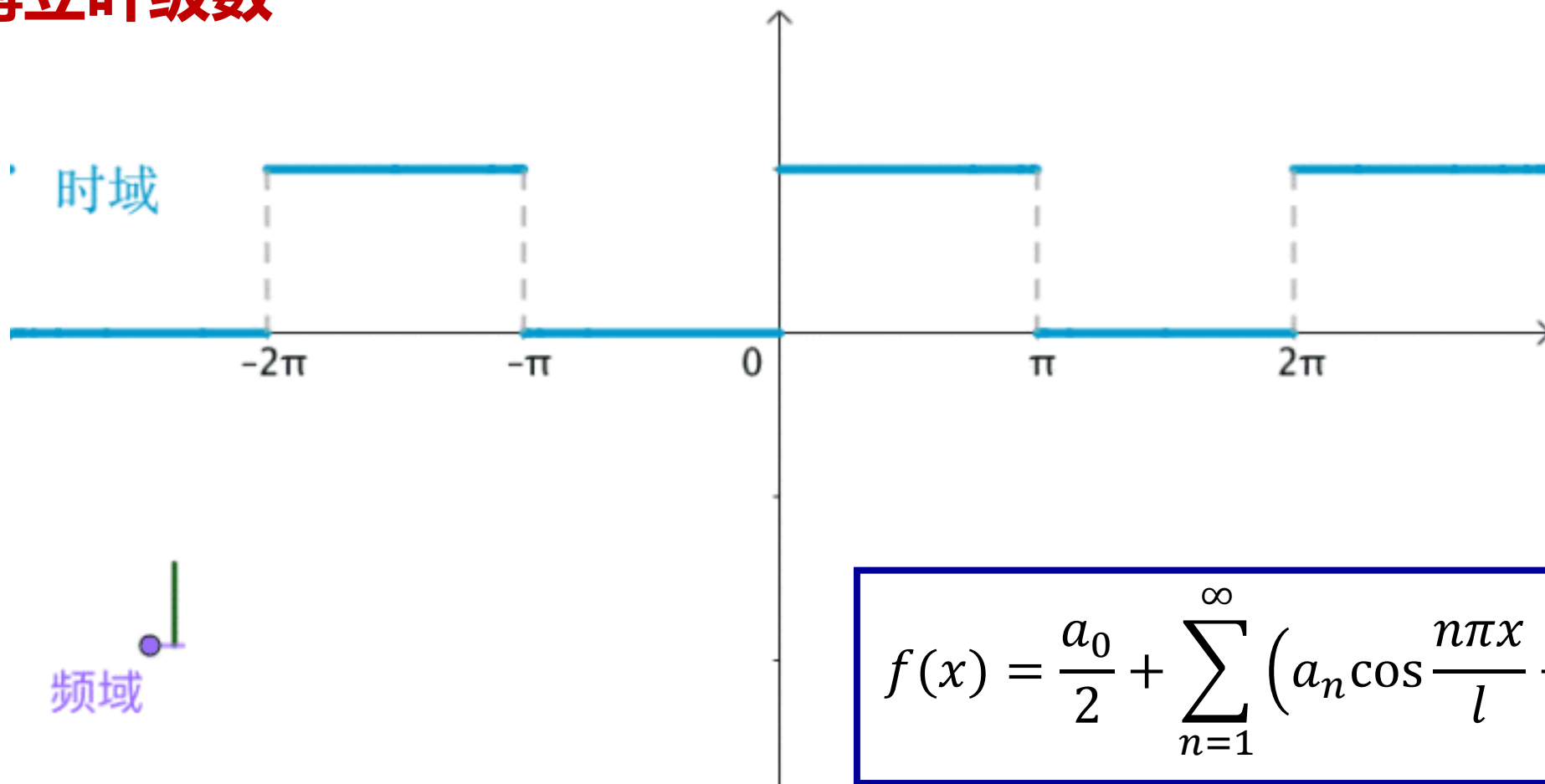


$$f(x) \approx 1 + \frac{4}{\pi} \sin(x) + 0 \sin(2x) + \frac{4}{3\pi} \sin(3x) + 0 \sin(4x) + \frac{4}{5\pi} \sin(5x)$$

§4.1 傅立叶级数和变换简史

吉布斯现象

傅立叶级数



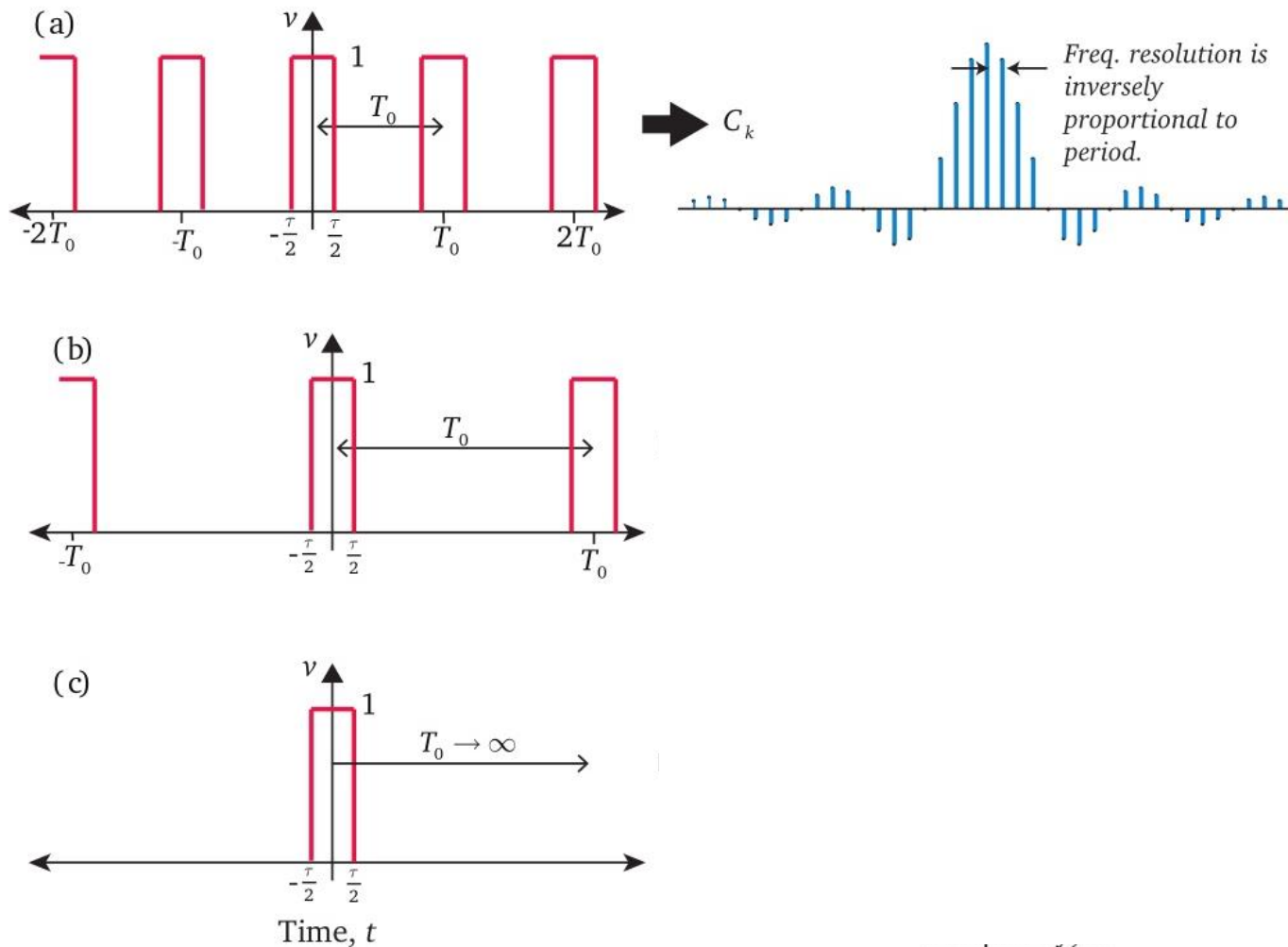
§4.1 傅立叶级数和变换简史

$$\Delta f = \frac{1}{T_0}$$

傅立叶级数



傅立叶变换



§4.1 傅立叶级数和变换简史

傅立叶级数 vs. 傅立叶变换

- **傅立叶级数**：周期性函数，离散频谱。
- **傅立叶变换**：非周期函数，连续频谱，是对傅立叶级数的扩展

数字图像：二维离散的非周期函数



离散傅里叶变换

