

振动和波、声

耳朵是重要的听觉器官. 人耳由外耳、中耳和内耳三部分组成. 耳朵的适应刺激是声音. 声音是由物体振动产生的, 在介质(空气、液体或固体)中某一质点来回振动, 并带动周围的质点也振动, 逐渐向各方向扩展, 这就是声波. 当声音传到耳朵时, 耳内的各个部件在声波的作用下, 也相应振动, 从而引起耳蜗中的听觉感受器兴奋, 当兴奋传到神经中枢时就产生了听觉.

声音一般可以分为纯音、复合音和噪声三大类. 纯音是含单一频率的声波. 在自然界和日常生活中很少遇到纯音, 绝大部分都是复合音. 复合音是由频率不同、振幅不同和相位不同的声音组合形成的一种周期变化的振动波. 而噪声是由许多频率、振幅和相位不同的声音无规律地组合在一起形成的, 严重干扰和影响人们正常工作、生活、学习. 随着社会生产水平的不断提高, 人们对从各方面控制和消除噪声的要求越来越强烈, 因此降低噪声, 是环境保护和劳动保护的一项重要课题. 而利用物理学知识, 可以用“以声制声”的方法来对付噪声.

本章主要讨论机械振动、机械波以及声和超声的物理性质和规律及其在医学上的应用.

4.1 简谐振动

振动(vibration) 是自然界中最常见的运动形式之一. 物体在平衡位置附近作往返的周期运动, 称为**机械振动**(mechanical vibration), 如心脏的跳动、一切声源的振动等. 如果把机械运动范围内的这一概念推广到分子热运动、电磁运动等物质运动形式, 则广义而言, 对于电压、电流和磁感应强度等物理量, 当它们围绕一定的平衡值做周期的变化时, 也可称该物理量在振动. 虽然这些物理现象的具体机制各不相同, 但作振动时都具有共同的物理特征.

4.1.1 简谐振动方程

若描述运动的变量 $s(t)$ (如物体的位移或角位移, 在本章中选用位移) 满足运动方程

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + \omega^2 s = 0 \quad (4-1)$$

则其解可表示为

$$s = A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (4-2)$$

这种用时间的正弦或余弦函数来描述的振动称为**简谐运动**(simple harmonic motion) 或**简谐振动**. 式(4-2)为简谐振动方程. 式(4-1)为简谐振动方程的微分形式. 简谐振动是最简



单、最基本的振动,复杂的振动都可以看成是若干简谐振动的合成.

把式(4-1)对时间求一阶导数、二阶导数,可得到质点简谐振动的速度、加速度为

$$v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0) = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}) \quad (4-3)$$

$$a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0 + \pi) \quad (4-4)$$

它们都是时间的正弦函数、余弦函数.

4.1.2 简谐振动的特征量

1. 振幅

在式(4-2)中,物理量 A 是物体离开平衡位置时的最大距离或角位移,称为振幅(amplitude).

2. 周期、频率

简谐振动的基本性质是它的时间周期. 物体作一次完全振动所需的时间 T 称为振动的周期(period). 周期的倒数 f , 表示在单位时间内物体所作的完全振动的次数, 称为振动的频率(frequency). 频率 f 的 2π 倍称为角频率(angular frequency)或圆频率(circular frequency), 用 ω 表示. 周期、频率和角频率都是反映物体振动快慢的物理量. 显然, 这些量之间的关系为

$$f = \frac{1}{T}, \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (4-5)$$

3. 相位

由式(4-2)、式(4-3)、式(4-4)可知, 当振幅 A 和角频率 ω 都一定时, 简谐振动的瞬时位移、速度和加速度都决定于 $(\omega t + \varphi_0)$. 称 $(\omega t + \varphi_0)$ 为相位(phase), 用 φ 表示, 即

$$\varphi = \omega t + \varphi_0 \quad (4-6)$$

相位 φ 表示简谐振动在一个周期内所处的瞬时运动状态, 其单位为 rad(弧度).

当 $t = 0$ 时, $\varphi = \varphi_0$ 称为初相位, 物体的初始位移和速度大小分别为

$$s_0 = A \cos \varphi_0, \quad v_0 = -A\omega \sin \varphi_0 \quad (4-7)$$

由此可解得

$$A = \sqrt{s_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}, \quad \tan \varphi_0 = -\frac{v_0}{\omega s_0} \quad (4-8)$$

相位是相对的. 对于单个简谐运动, 总可以选择适当的计时零点, 使初相位 φ_0 为零. 对于多个简谐运动, 它们之间的相位差起着非常重要的作用, 可用来比较各个简谐运动的步调是否一致. 例如, 在同一个简谐运动中, 由式(4-2)、式(4-3)及式(4-4)可知, 位移、速度、加速度都以相同的频率按余弦函数形式变化, 但它们的步调并不一致. 速度的相比位移的相超前 $\pi/2$, 位移的相比速度的相落后 $\pi/2$, 而加速度的相比位移的相位超前 π (或落后 π), 即加速度和位移反相, 如图 4-1 所示.

两个同频率的简谐运动在同一时刻的相位差恒等于它们的初相位差, 即

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (\omega t + \varphi_{02}) - (\omega t + \varphi_{01}) = \varphi_{02} - \varphi_{01} \quad (4-9)$$



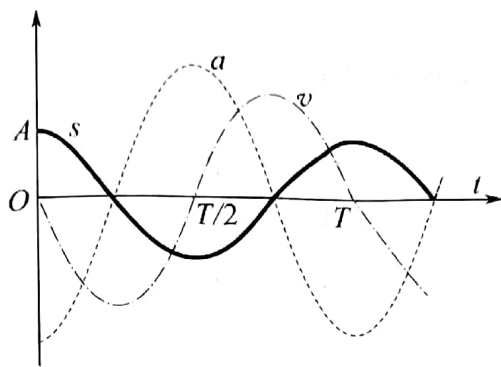


图 4-1 简谐运动的位移、速度和加速度

如果 $\Delta\varphi$ 为零或 2π 的整数倍, 则两振动的步调一致, 称为同相; 如果 $\Delta\varphi$ 为 π 或 π 的奇数倍, 则两振动的步调相反, 称为反相. 一般而言, 有:

- ① 当 $\pi > \varphi_2 - \varphi_1 > 0$ 时, 称 $s_2(t)$ 超前于 $s_1(t)$;
- ② 当 $-\pi < \varphi_2 - \varphi_1 < 0$ 时, 称 $s_2(t)$ 落后于 $s_1(t)$;
- ③ 当 $\Delta\varphi = |\varphi_2 - \varphi_1| > \pi$ 时, 可以先把 $\Delta\varphi$ 减去或加上 2π 的整数倍, 再按上述方法确定相位的超前或落后.

实际上, $s_2(t)$ 超前 $s_1(t)$ 的相位差 $\Delta\varphi$ 与 $s_2(t)$ 落后 $s_1(t)$ 的相位差 $2\pi - \Delta\varphi$ 是等价的.

4.1.3 简谐振动的矢量图示法

简谐振动除用三角函数表示外, 还可由旋转矢量表示. 取一水平 S 轴, 由原点引一条长度等于 A 的矢量 A , 如图 4-2 所示. 该矢量以角速度 ω 绕点 O 沿逆时针方向旋转, 则矢量 A 的端点 P 在 S 轴上的投影 N 在 BC 范围内来回运动, A 旋转一周, N 点完成一次全振动. 设 $t=0$ 时, A 与 S 轴的夹角为 φ , 而在 t 时刻, 则 A 与 S 轴的夹角变为 $(\omega t + \varphi)$. 显然, 此时 A 的端点在 S 轴上投影 N 对原点 O 的位移为

$$s = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

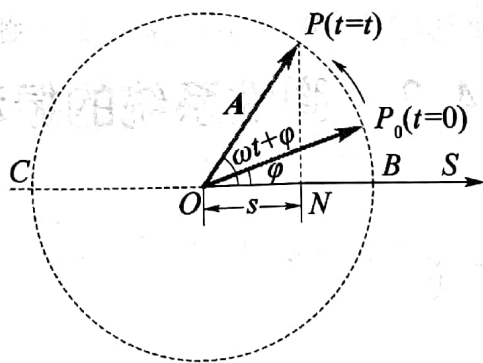


图 4-2 简谐振动的矢量表示法

可见, N 点作简谐振动. 矢量 A 的长度表示简谐振动的振幅, 矢量 A 与 S 轴正方向的夹角表示简谐振动的相位, 在 t 时刻矢量 A 在 S 轴上的投影 N 到原点 O 的位移表示简谐振动的位移. 矢量表示法直观地描述了简谐振动的三个物理量.



4.1.4 同方向、同频率简谐振动的合成

设一质点同时参与了两个同方向、同频率的简谐运动,即

$$s_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_{10})$$

$$s_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_{20})$$

该质点的合振动为

$$s = s_1 + s_2 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_{10}) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_{20})$$

$$s = A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (4-10)$$

其中

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{20} - \varphi_{10})} \quad (4-11)$$

$$\tan \varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_{10} + A_2 \sin \varphi_{20}}{A_1 \cos \varphi_{10} + A_2 \cos \varphi_{20}} \quad (4-12)$$

由此可见,一维同频简谐运动合成后仍为一简谐运动,其频率与分振动频率相同.

同方向、同频率简谐运动合成还可利用矢量图表示,如图4-3所示.合振动的旋转矢量就是各简谐运动的旋转矢量

A_1 、 A_2 的合矢量 A .

从式(4-10)、式(4-11)、式(4-12)可以看出,在一维同频简谐振动的合成中,相差起了重要的作用. 对于 $k = 0, 1, 2, \dots$, 有:

(1) 当 $\varphi_{20} - \varphi_{10} = \pm 2k\pi$ 时, $A = A_1 + A_2$, 合振幅最大;

(2) 当 $\varphi_{20} - \varphi_{10} = \pm (2k+1)\pi$ 时, $A = |A_1 - A_2|$ 合振幅最小;

(3) 在一般情况下, $|A_1 - A_2| < A < A_1 + A_2$.

对于其他简谐振动的合成,可以采用相类似的方法进行分析.

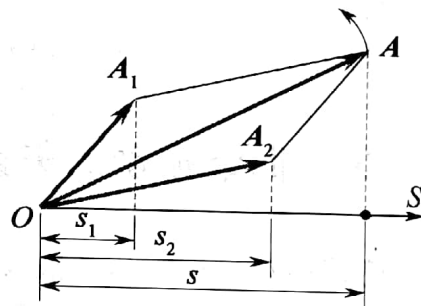


图 4-3 简谐振动的合成

4.2 弹性系统的振动

4.2.1 谐振子的自由振动

如图4-4所示,一个倔强系数为 k 的弹簧放在光滑的水平桌面上,一端固定不动,另一端系着一质量为 m 的物体. 选择平衡位置 O 为 s 的零点,则弹性力 f 为

$$f = -ks$$

由牛顿第二定律有

$$-ks = m \frac{d^2 s}{dt^2}$$

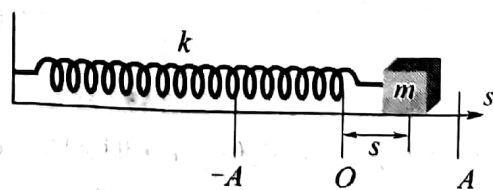


图 4-4 水平弹簧振子



$$\frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{ks}{m} = 0$$

令

$$\omega_0 = \sqrt{k/m} \quad (4-13)$$

则上式可以写成

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + \omega_0^2 s = 0 \quad (4-14)$$

这是一个简谐运动方程,其解就是式(4-2).

对于如图 4-5 所示的单摆,当 θ 很小时, $\sin \theta \approx \frac{s}{l}$, 由牛顿第二定律有

$$-mg \sin \theta = m \frac{d^2 s}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{g}{l} s = 0$$

令

$$\omega_0 = \sqrt{g/l} \quad (4-15)$$

则可以得到和式(4-14) 相同的方程,其解也是式(4-2).

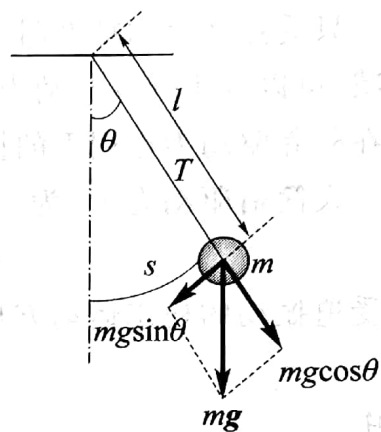


图 4-5 单摆

实际上,力学系统的振动都是由恢复力(弹性力或重力)与惯性联合作用造成的.恢复力使系统回复平衡位置,而惯性则阻止系统停留在平衡位置.以上例子所讨论的系统的简谐振动,它们的运动方程及其解的形式都相同,它们的固有角频率 ω_0 或固有频率(natural frequency) f_0 只与系统本身有关.

从动力学的角度来看,一个物体是否在作简谐振动,可以从力与位移或角位移之间的负正比线性关系(如 $f = -kx$) 来判断.通常这类振动系统称为谐振子(harmonic oscillator).实际上,任何一个只是稍微偏离平衡状态的稳定系统都可以看成是谐振子.对于物理学中的许多问题,谐振子都可以作为一个近似的或相当精确的模型.

对于自由振动的谐振子,线性恢复力是保守力,因此系统的总机械能是守恒的.如水平弹簧振子的动能和势能分别为

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (4-16)$$

$$E_p = \frac{1}{2}ks^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (4-17)$$

利用

$$\omega_0 = \sqrt{k/m}$$

则由式(4-16) 和式(4-17) 可得,该系统的动能和势能的幅值相等,且系统的总能量为

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2 = \frac{1}{2}kA^2 \quad (4-18)$$

由此可见,尽管动能和势能分别都随时间改变,但是自由振动谐振子的总能量只取决于振幅 A 的平方以及谐振子的倔强系数 k (或 $m\omega_0^2$),而与时间 t 无关,即机械能守恒.



4.2.2 谐振子的阻尼振动、受迫振动和共振

物体在运动过程中,总是或多或少地受到阻碍其运动的力的作用,如空气阻力和摩擦力等,从而使振动的振幅和能量逐渐衰减,这种振动称为阻尼振动(damped vibration).在阻尼振动中,摩擦力或粘性阻力使机械能逐渐转变为热能,同时,这种振动还会引起周围介质振动,使能量逐渐变为波的能量而向四周辐射.在一般情况下,在摩擦阻力中以粘性阻力为主,因辐射所引起的阻力的作用也常常与粘性阻力相似.

只受弹性力和粘性阻力作用的振动系统,其振幅总是随时间而衰减的.为使振动持久而不衰减,可以利用外界驱动力(driving force)对系统不断地做功,向系统提供能量.这种振动系统在外界驱动力作用下的振动叫作受迫振动(forced vibration),如扬声器纸盆的振动.

设简谐驱动力 F_d 为

$$F_d = F_{d0} \cos \omega_d t$$

则受迫振动的稳态运动方程为

$$s = A \cos(\omega_d t + \varphi_d) \quad (4-19)$$

其中

$$A = \frac{F_{d0}}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_d^2)^2 + 4\beta^2 \omega_d^2}} \quad (4-20)$$

$$\varphi_d = \arctan \frac{-2\beta\omega_d}{\omega_0^2 - \omega_d^2} \quad (4-21)$$

m 为谐振子的质量, ω_0 为系统的固有角频率, β 为表示系统阻尼大小的常量.由上面的式子可知,稳定后谐振子的振动频率是驱动力的频率,振幅和相位由驱动力的振幅、频率、振动系统的固有频率和 β 决定.

当 $\omega_d = \omega_r$ 时,振幅达到极大值,由 $\frac{dA}{d\omega_d} = 0$ 可以确定

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad (4-22)$$

$$A_r = \frac{f_{d0}}{2m\beta \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \quad (4-23)$$

在受迫振动中,位移振幅出现极大值的现象称为位移共振,简称共振(resonance).因此,上式中的 ω_r 称为共振角频率.

在工程技术及医学中,共振现象可用于无线电技术、声学仪器等方面.但在某些情况下,共振可使振动系统受到破坏,应注意避免.

例 4.1 如图 4-6 所示,弹簧下端悬挂一质量为 0.1 kg 的物体,若弹簧本身的质量忽略不计,其倔强系数 $k = 490 \text{ N/m}$,物体的初速度为 1.4 m/s,初位移为零,求振动频率、振幅和振动能量.

解 设在弹簧下端挂上物体后,弹簧伸长 ΔL ,则 $mg = k \Delta L$,取此时的平衡位置 O 为原点,向上为 s 轴正方向,在位移为 s 时,物体所受的合力为

$$F = k(\Delta L - s) - mg = -ks$$

所以物体作简谐振动.由式(4-13)可知



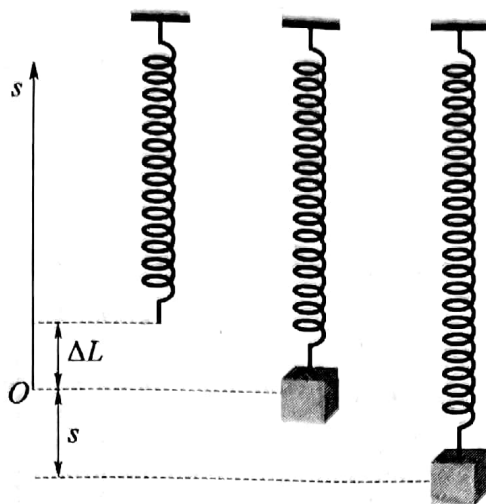


图 4-6 弹簧悬挂物体时的平衡位置

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{490}{0.1}} = 11.1 \text{ Hz}$$

由式(4-8)可知

$$A = \sqrt{s_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \frac{1.4}{2\pi f} = 0.02 \text{ m}$$

由式(4-18)可知

$$E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} \times 490 \times 0.02^2 = 0.098 \text{ J}$$

4.3 机械波的产生和传播

波(wave)是振动在空间的传播. 声波、水波、地震波、电磁波都是波. 各种信息的传播几乎都须借助波. 虽然各类波有各自的特性, 但都具有类似的波动方程, 都有干涉、衍射等波所特有的性质, 通常把波的这些普遍共性称为波动性(undulatory property).

4.3.1 机械波

如果某处发生的扰动以一定的速度通过空间传播, 则把这种传播着的扰动称为波. 波是能量传递的一种方式. 机械扰动在连续介质内的传播, 形成机械波(mechanical wave)或弹性波(elastic wave). 作机械扰动的物体为波源(wave source). 介质可以看成是大量质元的集合, 每个质元具有一定的质量, 各质元之间存在着相互作用. 质元之间的相互作用使波得以传播, 质元的惯性使波以有限的速度传播.

各种类型的波有各自的特性. 例如, 按照振动方向与传播方向是垂直还是平行, 可以把波动分为横波(transverse wave)和纵波(longitudinal wave). 声波是纵波, 又称疏密波; 电磁波是横波. 机械波的传播有赖于弹性介质, 电磁波的传播却不需要任何介质, 从遥远的恒星传来的光就是在几乎为真空的空间中自由通过的.

波在媒质中从波源向各个方向传播时, 在同一时刻, 媒质内振动相位相同的点连成的面叫



作波阵面(wave surface),最前面的那个波阵面为波前(wave front).在各向同性的媒质中,波在各个方向的传播速度相同,点波源产生的波阵面为球面.波阵面为球面的波叫球面波(spherical wave),波阵面为平面的波叫平面波(plane wave).表示波的传播方向的线叫波线(wave ray).在均匀的各向同性的媒质中,波线为直线并与波阵面垂直.如图4-7所示.

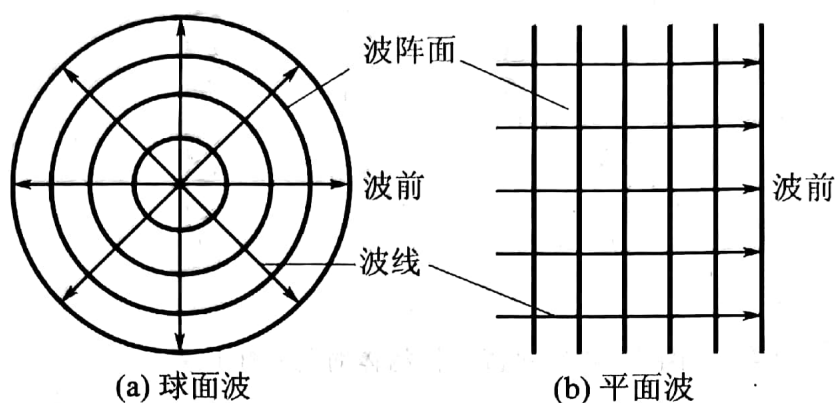


图4-7 波阵面和波线

在波的传播过程中,同一波线上两个相差为 2π 的点间的距离为波长(wave length),用 λ 表示.一个完整的波通过波线上某点所需的时间叫作波的周期,用 T 表示.周期的倒数为频率,用 f 表示.波的频率是单位时间内通过波线上某点的完整波的个数.波速是单位时间内任意振动状态(或相位)传播的距离,用 u 表示.波速与媒质有关.由上述定义可知,波速、波长、波的周期或频率间的关系为

$$u = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \quad (4-24)$$

这是波动理论中的基本关系式,对任何波都成立.同一波在不同媒质中波速不同,而周期或频率不变,所以波长随媒质而变.

4.3.2 波动方程

下面以平面简谐波为例讨论波的动力学规律.设平面简谐波在均匀媒质中沿 x 轴正方向无衰减地传播,波速为 u ,图4-8为某一时刻波线 Ox 上各质点的位置,纵坐标为波线 Ox 上各质点的位移. O 为波源的平衡位置.波源做简谐振动,其振动方程为

$$s = A \cos \omega t$$

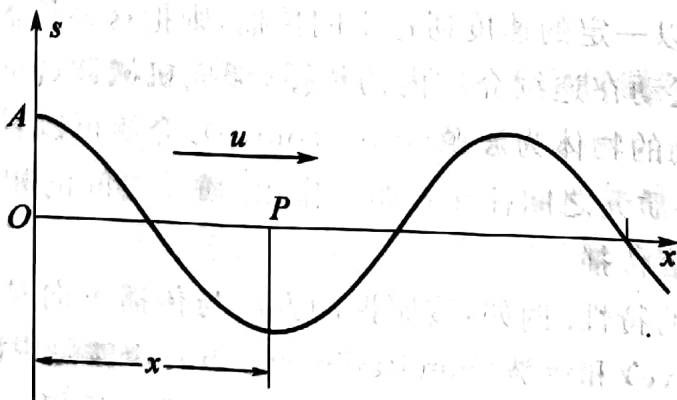


图4-8 t 时刻的波形



在 x 轴任取一点 P , 该点距原点的距离为 x , 因为点 P 的振动是从点 O 传过来的, 所以相位要落后于点 O . 振动从点 O 传到点 P 需要的时间为 x/u , 所以点 P 处的质点在时刻 t 的位移等于点 O 处的质点在时刻 $t - x/u$ 的位移, 即

$$s = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{u} \right) \quad (4-25)$$

此方程即为沿 x 轴正方向传播的平面简谐波的波动方程 (wave equation), 它是 x 和 t 的函数.

当 x 为某一定值时, 设 $x = x_0$, 方程可变为

$$s = A \cos \omega \left(t - \frac{x_0}{u} \right) = A \cos \left(\omega t - \frac{2\pi x_0}{\lambda} \right)$$

上式即为 x_0 点处质点的振动方程, 初相位为 $(-2\pi x_0/\lambda)$, 落后于波源. x_0 越大, 相位越落后.

当 t 为某一定值时, 设 $t = t_0$, 方程变为

$$s = A \cos \omega \left(t_0 - \frac{x}{u} \right) = A \cos \left(\omega t_0 - \frac{2\pi x}{\lambda} \right)$$

上式为 t_0 时刻波线上各质点的位移, 即该时刻的波形.

当 x, t 取任意值时, 波动方程表示波线上任意位置 x 处的质点在任意时刻 t 的位移.

若平面简谐波沿 x 轴负方向传播, 则点 P 质点的振动要比点 O 质点的振动早一段时间 x/u , 因此波动方程为

$$s = A \cos \omega \left(t + \frac{x}{u} \right) \quad (4-26)$$

例 4.2 频率为 $f = 12.5 \text{ kHz}$ 的平面简谐波沿细长的金属棒传播, 波速为 $u = 5.0 \times 10^3 \text{ m/s}$, 波源的振幅为 $A = 0.1 \text{ mm}$, 在 $t = 0$ 时, 波源质点的位移 $s_0 = A$, 求:

- (1) 波源的振动方程;
- (2) 波动方程;
- (3) 离波源 10 cm 处质点的振动方程;
- (4) 离波源 20 cm、30 cm 两点处质点的振动相位差;
- (5) 在波源振动了 0.002 1 s 后该时刻的波形.

解 (1) 因为 $s_0 = A \cos \varphi = A$, 可知 $\varphi = 0$, 所以波源的振动方程为

$$\begin{aligned} s_0 &= A \cos \omega t = 0.1 \times 10^{-3} \cos (2\pi \times 12.5 \times 10^3 t) \\ &= 0.1 \times 10^{-3} \cos (25 \times 10^3 \pi t) \text{ m} \end{aligned}$$

(2) 波动方程为

$$s = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{u} \right) = 0.1 \times 10^{-3} \cos \left[25 \times 10^3 \left(t - \frac{x}{5 \times 10^3} \right) \pi \right] \text{ m}$$

(3) 离波源 10 cm 处质点的振动方程为

$$s = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{u} \right) = 0.1 \times 10^{-3} \cos \left[25 \times 10^3 \left(t - \frac{0.1}{5 \times 10^3} \right) \pi \right]$$

$$s = 0.1 \times 10^{-3} \cos \left(25 \times 10^3 \pi t - \frac{\pi}{2} \right) \text{ m}$$

(4)

$$\lambda = \frac{u}{f} = \frac{5 \times 10^3}{12.5 \times 10^3} = 0.4 \text{ m}$$



$$\Delta x = 30 \text{ cm} - 20 \text{ cm} = 10 \text{ cm} = \frac{\lambda}{4}$$

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$$

(5) 0.002 1 s 时刻的波形为

$$\begin{aligned} s &= 0.1 \times 10^{-3} \cos \left[25 \times 10^3 \left(0.002 \text{ 1} - \frac{x}{5 \times 10^3} \right) \pi \right] \\ &= 0.1 \times 10^{-3} \cos (52.5\pi - 5\pi x) \\ &= 0.1 \times 10^{-3} \cos \left(\frac{\pi}{2} - 5\pi x \right) \\ &= 0.1 \times 10^{-3} \sin 5\pi x \end{aligned}$$

4.3.3 波的能量和强度

如前所述,波是振动在空间的传播.实际上对于波来说,伴随着波形和相位的传播,能量也将随之从一个地方被传递到另一个地方.在弹性媒质中,介质质元不仅因为有振动速度而具有动能,而且因为发生了形变而具有弹性势能,所以振动的传播必然伴随着能量的传递.

设一平面简谐波在弹性媒质中传播,可以证明,任意坐标 x 处的体积元 ΔV 在 t 时刻的动能和势能为

$$E_k = E_p = \frac{1}{2} \rho \Delta V A^2 \omega^2 \sin^2 \omega \left(t - \frac{x}{u} \right) \quad (4-26)$$

体积元 ΔV 总机械能为

$$E_{\text{总}} = E_k + E_p = \rho \Delta V A^2 \omega^2 \sin^2 \omega \left(t - \frac{x}{u} \right) \quad (4-27)$$

由此可见,在波的传播过程中,质元的动能、弹性势能和机械能等都与该质元的体积成正比.因此,单位体积介质中波的能量,即波的能量密度 w ,可以表示为

$$w = \frac{E_{\text{总}}}{\Delta V} = \rho A^2 \omega^2 \sin^2 \omega \left(t - \frac{x}{u} \right) \quad (4-28)$$

能量密度在一个周期内的平均值,即波的平均能量密度为

$$\bar{w} = \frac{1}{T} \int_0^T \rho A^2 \omega^2 \sin^2 \omega \left(t - \frac{x}{u} \right) dt = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \quad (4-29)$$

由上可见,在平面简谐波的传播过程中,介质内任一质元在任何时刻的动能和势能相等,它们和总能量一起都不是恒定不变的,而都随时间作同相位的周期变化.在波的传播过程中,介质内任一质元都在不断地从前一质元接收能量,又向后一质元传递能量.波的传播就是一种能量的传递方式,而介质本身并不作任何长程运动.为了反映波在传播过程中的这种能量传递特征,引进波的强度(intensity of wave) I 来描述能量流的强度,它定义为单位时间内通过垂直于波线方向的单位面积的平均能量(见图 4-9),于是有

$$I = \frac{\bar{w} S u T}{S T} = \bar{w} u = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 u \quad (4-30)$$

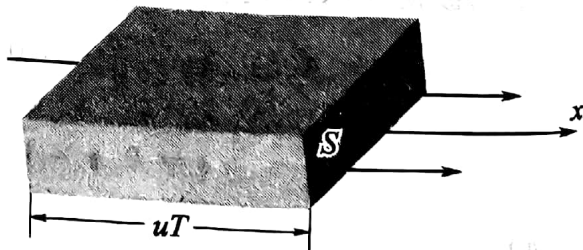


图 4-9 波的强度



单位为 W/m^2 . 对于声波和光波, 分别称为声强(intensity of sound)和光强(intensity of light).

4.4 波的干涉

4.4.1 惠更斯原理

惠更斯原理(Huygens principle): 媒质中波动到达的每一点都可以看做是新的波源, 向各个方向发射子波. 在其后任意时刻, 这些子波的包迹就是该时刻的波阵面. 已知某一时刻的波阵面后, 可利用惠更斯原理得到其后任意时刻的波阵面, 从而得到波传播的情况.

如图 4-10(a) 所示, 波动从波源 O 以速度 u 向四周传播. 已知 t 时刻的波阵面是半径为 R_1 的球面 S_1 ; 以 S_1 上各点为中心(即作为子波源), 以 $u \cdot \Delta t$ 为半径, 画出无数个半球形子波, 作这些子波的包迹面, 即为 $t + \Delta t$ 时刻的波阵面, 并由此可确定波的传播方向.

同理, 可作出平面波的波阵面, 如图 4-10(b) 所示.

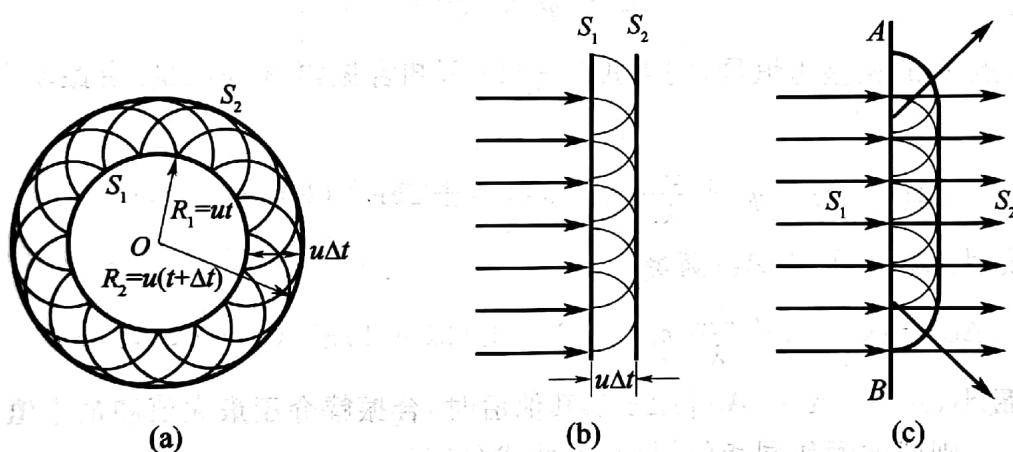


图 4-10 惠更斯原理的应用

如图 4-10(c) 所示, 平面波垂直入射到有狭缝 AB 的障碍物上, 应用惠更斯原理可求出下一时刻的波阵面, 与图 4-10(b) 不同的是, 靠近狭缝边缘部分, 波阵面发生弯曲. 因为在各向同性的媒质中, 波线垂直波阵面, 所以边缘的波线改变了方向. 说明波动能绕过障碍物传播, 这种现象为衍射(diffraction).

惠更斯原理不仅适用于机械波, 也适用于电磁波; 既可用于各向同性的媒质, 也可用于各向异性的媒质.

4.4.2 波的干涉

几个波源产生的波在同一媒质中传播时, 将保持各自原有的特征(频率、波长、振动方向等), 并按照自己原来的传播方向独立地传播, 不受其他波的影响. 在几列波的相遇区域, 各质点的振动是各列波单独存在时的振动合成, 这就是波的叠加原理(superposition principle). 如



各种声波传到入耳中,人们仍能分辨而不混淆.

振幅、频率、相位都不同的几列波在某一点叠加时,一般情况很复杂.在此只讨论两相干波的叠加.所谓相干波(coherent wave)就是频率相同、振动方向相同、有固定相位差的两个波源所发出的简谐波.两相干波在交叠处有些地方波动加强,有些地方波动减弱的现象称为波的干涉(interference of waves)现象.

设在各向同性的媒质中,有两相干波源 O_1 和 O_2 ,如图 4-11 所示,其振动方程分别为

$$s_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$s_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

当两列波在叠加区任一点 P 处相遇时,点 P 到两波源的距离分别为 x_1 和 x_2 ,则在点 P 引起的振动分别为

$$s_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1 - \frac{2\pi}{\lambda}x_1)$$

$$s_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2 - \frac{2\pi}{\lambda}x_2)$$

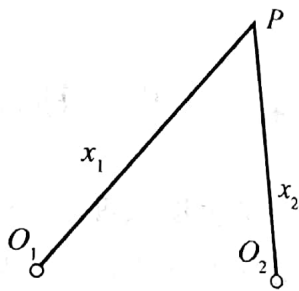


图 4-11 波的干涉

由波的叠加原理可知,点 P 的振动是两振动的合成.两振动在点 P 的相位差为

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 + \frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2) \quad (4-32)$$

两振动在点 P 的相差为恒量,则由式(4-11)可知合振幅 A 为恒量.由振动合成的讨论可知:满足

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 + \frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2) = \pm 2k\pi \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

的点,合振幅最大, $A = A_1 + A_2$; 满足

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 + \frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2) = \pm (2k + 1)\pi \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

的点,合振幅最小, $A = |A_1 - A_2|$; $\Delta\varphi$ 为其他值时,合振幅介于最大值和最小值之间.

若 $\varphi_1 = \varphi_2$,则两波源作同相位振动,上两式分别简化为

$$\delta = x_1 - x_2 = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad A \text{ 最小}$$

$$\delta = x_1 - x_2 = \pm k\lambda = \pm 2k \frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad A \text{ 最大}$$

δ 表示从波源 O_1 和 O_2 发出的两列波到达点 P 时所经过的路程之差,称为波程差.上两式表明,两个频率相同、振动方向相同、且同相位的波源所发出的波在媒质中相遇时,两列波的波程差等于零或波长的整数倍的各点振幅最大,振动加强;在波程差等于半波长的奇数倍的各点,振幅最小,振动减弱.

利用波的干涉原理,可以消除噪声.声音是通过固体、液体或气体进行传播的机械波,噪声也不例外.假若在某媒质中有一列简谐波 I 沿 x 轴正向传播,如果再人为地发出一列相干波 II,使之与 I 反相等幅,也沿 x 轴正向传播.根据波的干涉原理可知,在这两列波相遇的区域内,媒质中各点的振动就全部停止了,达到消除噪声的目的.这就是“以声制声”反噪声技术.

以声制声的电子反噪声装置由传声器、微型计算机、扬声器等部分组成.传声器接受发动机之类的噪声源发出的重复噪声,掌握其特性,并把有关数据传送给一台微型计算机.微型计



算机通过对发动机电子发光系统的监测,掌握发动机所发噪声的各项特性,然后让一扬声器发出正好与噪声反相等幅的声波.如果噪声具有精确的周期,消声效果将会非常理想.将这种电子反噪声装置应用于汽车,能在不减弱发动机性能和燃烧率的情况下抑制发动机的隆隆声.日本研制的一套“主动噪声控制”系统,可从汽车座位下的扬声器中发出一种人耳难以感觉的声波,将发动机的噪声抵消.即当汽车行驶时,发动机噪声会随道路条件和汽车速度而发生变化,所以这一系统中的计算机将及时计算消除发动机噪声所需要的声波频率.

一些电气公司还研制了一种特制耳机,这种耳机由一个微型的拾音器和一个通话器组成.进入耳机的声音由拾音器送入一个小小的电气箱里接受分析,并测出它的噪音成分类型.这时便产生一个“反噪声”信号,这个信号与噪声的频率一致,但声波相位恰恰相反.两者由于干涉而相互抵消.使用这种特制的耳机,可将噪声降低到 50 dB 左右.

4.4.3 驻波

驻波(standing wave) 可由振幅相同、传播方向相反的两列相干波叠加而成,这是一种特殊的干涉现象.

设一列波沿 x 轴的正方向传播,另一列波沿 x 轴的负方向传播.选取共同的坐标原点和计时起点,它们的波动方程为

$$s_1 = A \cos \omega(t - \frac{x}{u})$$

$$s_2 = A \cos \omega(t + \frac{x}{u})$$

在两波相遇处,各质元的合位移为

$$\begin{aligned} s &= s_1 + s_2 = A \cos \omega(t - \frac{x}{u}) + A \cos \omega(t + \frac{x}{u}) \\ &= (2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda}) \cos \omega t \end{aligned} \quad (4-33)$$

这就是驻波方程.它由两项简谐因子组成:一项只与位置有关,称为振幅因子;一项只与时间有关,称为简谐振动因子.由此可见,在形成驻波时,波线上的各质元都以同一频率作简谐振动,但不同质元的振幅随其位置 x 作周期的变化,如图 4-12 所示.

对于

$$x = \pm \frac{k\lambda}{2} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

的各质元,其振幅取最大值,即

$$|2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda}| = 2A$$

称为驻波的波腹(wave loop);对于

$$x = \pm (2k+1) \frac{\lambda}{4} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

的各质元,其振幅为零,称为驻波的波节(wave node).因此,位于波节处的质元静止不动.显

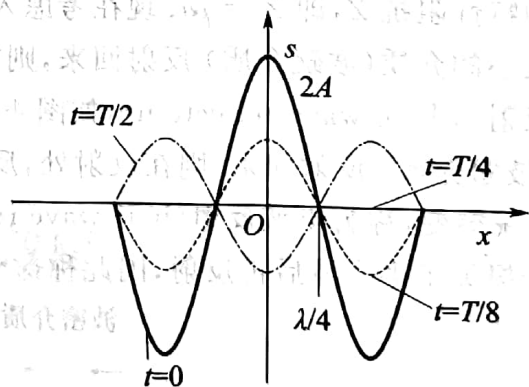


图 4-12 驻波



然,相邻两波腹之间或相邻两波节之间的距离均为 $\lambda/2$,而相邻波节和波腹之间的距离为 $\lambda/4$.

由式(4-33)还可以看出,对于两个相邻的波腹,例如

$$x = \frac{1}{2}k\lambda, \quad x' = \frac{1}{2}(k+1)\lambda$$

的振幅因子分别为

$$\cos k\pi, \quad \cos (k+1)\pi$$

这说明两相邻波腹处质元的振动相位相差 π ,即相位相反.两相邻波节之间的质元具有相同的相位,它们同时达到极大值,又同时达到极小值;每一波节两侧各质元的振动相位相反.由此可见,对于驻波来说,每一时刻都有一定的波形,这些波形的空间位置不像通常的行波那样沿 x 轴的正方向或负方向移动,而是以波节为标志驻定不动的,只是各质元位移的大小和方向随时间作周期的变化.

在驻波中,节点为始终不动的点,原则上没有能量从节点处通过,两波节间能量应当守恒.如图4-12所示,当 $t=0$ 时,各质元的振幅达到其极大值,各质元的振动速度均为零,动能为零;但是,这时节点附近的相对形变最大,两节点间的总势能最大,且主要集中在波节附近.当 $t=T/4$ 时,各质元同时通过平衡位置,形变及其势能均为零,但这时总动能达到最大值,且主要集中在质元速度最大的波腹附近.由此可见,在驻波中,能量不断由波节附近逐渐集中到波腹附近,再由波腹附近逐渐集中到波节附近,但始终只发生在相邻的波节和波腹之间.因此,没有能量通过任何一个波节或波腹,没有能量沿某一方向传播.

总之,在驻波中不断进行着动能与势能之间的相互转换,以及在波腹和波节之间的转移,然而在驻波中却没有能量的定向传递.

4.4.4 半波损失

在均匀介质中沿直线传播的波在遇到另外一种媒质时,会发生反射(reflection)和折射(refraction)现象.分析表明,可以把介质密度 ρ 和波在介质中传播速度 u 的乘积,定义为介质的特性阻抗 Z ,即 $Z = \rho u$.现在考虑入射波波线近似垂直于界面的情况.如果波是从特性阻抗较小的介质(波疏介质)反射回来,则在反射处,反射波的振动相位与入射波的相同,称为全波反射(whole-wave reflection),如图4-13(a)所示;如果波的振动相位从特性阻抗较大的介质(波密介质)反射回来,则在反射处,反射波的振动相位与入射波的相反,即相位在反射处发生了 π 突变,称为半波反射(half-wave reflection),如图4-13(b)所示.反射时相位改变了 π ,相当于损失了半个波后再反射,因此称这个现象为半波损失(half-wave loss).

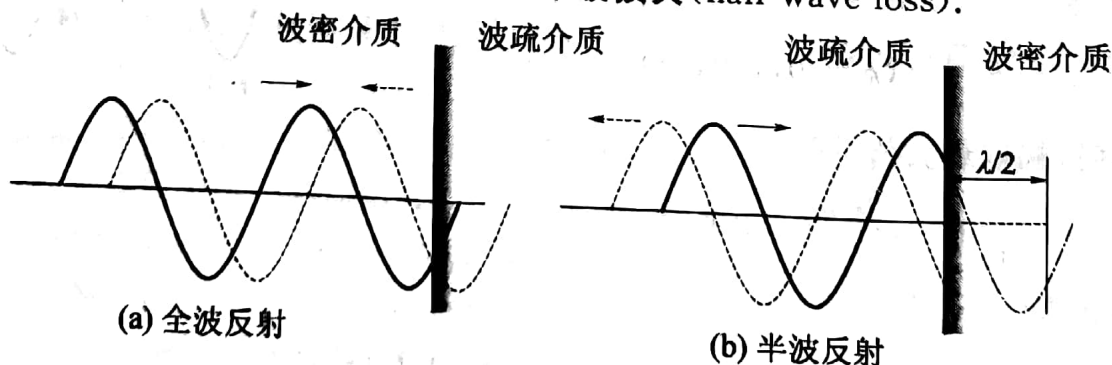


图4-13 波的反射



例 4.3 如图 4-14(a) 所示的是一种用共振法测量空气中声速的装置. 把以频率 f 振动的音叉放到管的开口端, 管中空气柱的长度可用其插入水中的深浅来调节. 当水面由管的顶端逐渐下降到使 $l = a$ 时, 声音的强度第 1 次达到最大值; 此后, 当管中水面相继下降到使 $l = d + a, 2d + a, \dots$ 时, 声音的强度第 2 次, 第 3 次, $\dots$ 达到最大值. 若用 $f = 1\,080\text{ Hz}$ 的音叉测得 $d = 15.3\text{ cm}$, 求空气中的声速.

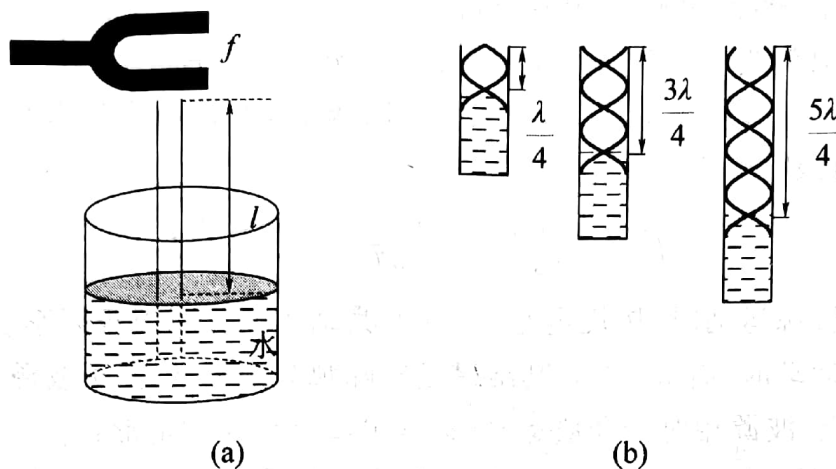


图 4-14 声速的测量

解 声音的强度出现极大值时, 表示音叉频率与管内空气柱的固有频率相同而发生共振. 由于空气柱的下端是空气(波疏介质)与水(波密介质)的交界面, 因此声波在此界面处是被特性阻抗较大的介质反射, 有半波损失, 在共振时必为波节. 然而, 在空气柱的上部开口端, 由于空气与外界大气连通, 其压强恒为大气压, 这里的空气不会发生压缩或膨胀形变. 由于驻波波腹处的质元形变为零, 因此空气柱的开口端在共振时必为波腹. 所以, 在第 1 次、第 2 次、第 3 次出现声强极大时, 相应的驻波波形分别如图 4-14(b) 中的 3 个图形所示, 因此, 有

$$a = \frac{1}{4}\lambda, \quad a + d = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad a + 2d = \left(\frac{1}{4} + 1\right)\lambda, \dots$$

即

$$d = \frac{\lambda}{2} = \frac{u}{2f}$$

所以, 空气中的声速为

$$u = 2df = 2 \times 0.153 \times 1\,080 = 330\text{ m/s}$$

4.5 多普勒效应

4.5.1 多普勒效应

由于波源或观测者的运动, 造成观测频率与波源频率不同的现象称为多普勒效应(Doppler effect), 这是多普勒(Doppler, 1803 ~ 1853)在 1842 年发现的. 对于弹性波来说, 所谓波源和观测者的运动或静止, 都是相对于波在其中传播的连续介质而言的. 在弹性波以速率 u 通过某种介质时, 速率由介质的性质决定, 而与波源及观测者的运动无关. 为简单起见, 设波



源或观测者的运动都发生在它们之间的连线上。用 v_s 表示波源相对于介质的速度,以趋近观测者为正;用 v_o 表示观测者相对于介质的速度,以趋近波源为正。假定在波源和观测者相对于介质静止时,测得的频率为 f ,则有

$$f = \frac{u}{\lambda} = \frac{1}{T}$$

下面分三种情况来讨论弹性波的多普勒效应。

(1) 波源静止,观测者相对于介质运动($v_s = 0, v_o \neq 0$)的情形:

设观测者以速率 v_o 迎向波源运动,相当于波以速率 $u + v_o$ 通过观测者,因此单位时间内通过观测者的完整波长数(频率)为

$$f' = \frac{u + v_o}{\lambda} = \frac{u + v_o}{uT} = \frac{u + v_o}{u} f \quad (4-34)$$

当观测者向着波源运动时,按规定有 $v_o > 0$,其结果是实际观测频率 f' 高于波源频率 f ;当观测者背离波源运动时,有 $v_o < 0$,其结果是实际观测频率 f' 低于波源频率 f 。

(2) 观测者静止,波源相对于介质运动($v_s \neq 0, v_o = 0$)的情形:

波源静止时,波长 $\lambda = uT$;然而,当波源相对于介质以速度 v_s 向着观测者运动时,如图 4-15 所示,由于在一个周期 T 内波源已由点 A 移到点 B,逼近观测者 $v_s T$ 距离,所以在观测者看来,波在一个周期内所走过的距离应为

$$\lambda' = \lambda - v_s T$$

$$= uT - v_s T$$

$$= (u - v_s) T$$

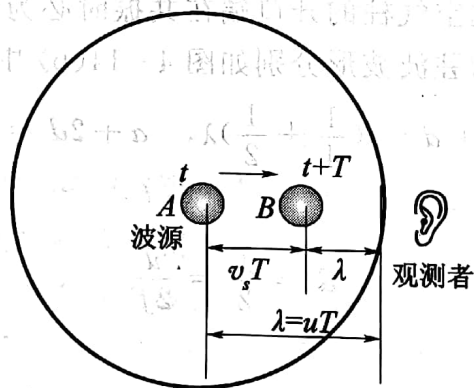


图 4-15 $v_s \neq 0, v_o = 0$ 的情形

又由于波在介质中的传播速率 u 不变,所以观测者所测得的频率为

$$f' = \frac{u}{\lambda'} = \frac{u}{u - v_s} \frac{1}{T} = \frac{u}{u - v_s} f \quad (4-35)$$

因此当列车迎着观测者开过来时($v_s > 0$),汽笛声不仅变大,而且音调升高;当列车离观测者而去时,汽笛声不仅变小,而且音调降低。

(3) 观测者和波源同时相对于介质运动($v_s \neq 0, v_o \neq 0$)的情形:

由以上两种情况可知,当观测者以速度 v_o 相对于介质运动时,相当于波速变为 $u + v_o$;当波源以速度 v_s 相对于介质运动时,相当于波长变为 $(u - v_s) T$ 。所以,当观测者和波源同时运动时,观测者测得的频率为

$$f' = \frac{u + v_o}{(u - v_s) T} = \frac{u + v_o}{u - v_s} f \quad (4-36)$$



利用上式计算频率时,应注意两点:

- ① 当波源向观测者方向运动时 v_s 为正,当观测者向波源方向运动时 v_o 为正,反之,为负;
- ② 当波源和观测者的运动不在它们的连线上,则上式中的 v_s 、 v_o 取波源和观测者的速度在连线上的分量.

例 4.4 关于声音的多普勒效应公式,在声源的速度 v_s 接近波速 u 时,必须加以修正. 在 $v_s > u$ 的情况下,多普勒效应已失去物理意义. 试讨论这种情况下的物理现象.

解 当声源的运动速度大于声速在介质中的传播速度时,在一给定时间内,声源比波前前进得更远. 如图 4-16 所示,在时间 t 内,声源已经从 S' 点移动到了 S 点,即

$$\overline{S'S} = v_s t$$

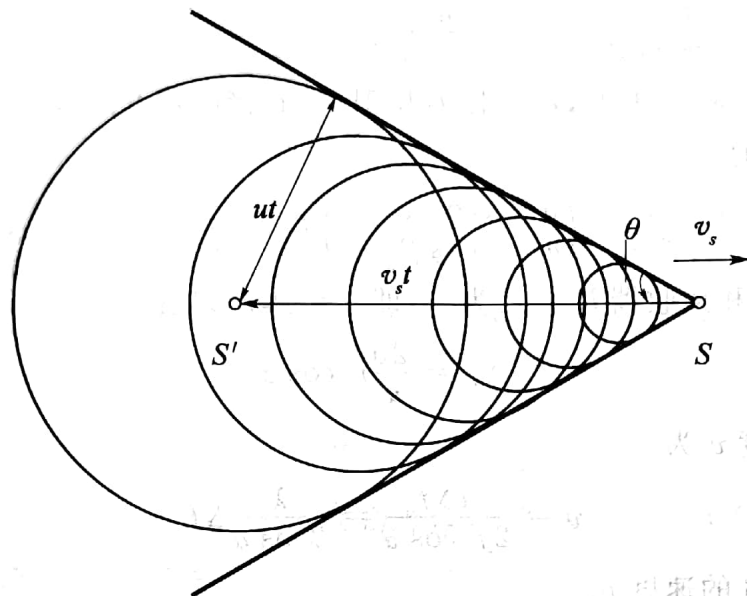


图 4-16 马赫锥

而声源在 $t = 0$ 时所发射的声波,却只从点 S' 传播到了距离它 ut 远的球面波前处. 与相继各个波前相切的是一个圆锥面,其轴是声源运动所沿的直线,其张角为

$$\sin \theta = \frac{u}{v_s}$$

通常,把该圆锥面称为马赫锥(Mach cone),比值 v_s/u 称为马赫数(Mach number). 在情况下的合成声波,称为冲击波(shock wave).

冲击波含有很强的波扰动,并且在有限区域内带有大量的能量. 超音速飞机发出的震耳之声和子弹掠空而过时发出的呼啸声,都是冲击波的例子. 原子弹爆炸时所形成的强烈冲击波到达某一区域时,会突然使该区域里的空气压力增大很多,产生巨大的破坏作用.

4.5.2 多普勒效应的应用

多普勒效应可用于测量物体运动的速度. 如图 4-17 所示, A 为波源,波长为 λ ,波速为 u ,频率为 f_0 . R 为接收器, B 为运动的物体,速度为 v . 波源和接收器相对于媒质静止. 波源 A 发出的波经物体 B 反射进入接收器. 设在某一时刻, v 与 AB 的夹角为 α ,与 BR 的夹角为 β .

对于波源 A 和物体 B , B 相当于速度为 v 的接收器,由式(4-34)可知, B 接收到的频率为

$$f' = \frac{u + v \cos \alpha}{\lambda} = \frac{u + v \cos \alpha}{u} f_0$$



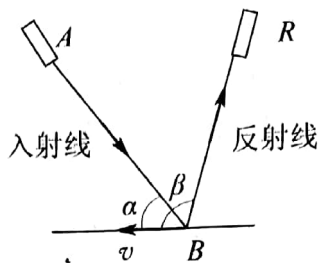


图 4-17 利用多普勒效应测物体速度

对于物体 B 和接收器 R , B 相当于速度为 v 的新波源, 该波源的频率为 f' , R 为接收器, 由式(4-35)可知, R 接收到的频率为

$$f'' = \frac{u}{u - v \cos \beta} f' = \frac{u}{u - v \cos \beta} \frac{u + v \cos \alpha}{u} f_0 = \frac{u + v \cos \alpha}{u - v \cos \beta} f_0$$

波源 A 发出的频率为 f_0 的波, 经物体 B 反射后, 到接收器 R 时变为 f'' . $f'' - f_0$ 为频移, 用 Δf 表示, 当 $u \gg v$ 时, 有

$$\Delta f = f'' - f_0 = \left(\frac{u + v \cos \alpha}{u - v \cos \beta} - 1 \right) f_0 \approx \frac{v}{u} (\cos \alpha + \cos \beta) f_0$$

一般而言, 波源 A 和接收器 R 合二为一, 即 $\alpha = \beta$, 所以有

$$\Delta f = \frac{2v}{u} f_0 \cos \alpha$$

由此可得物体 B 的速度 v 为

$$v = \frac{u \Delta f}{2 f_0 \cos \alpha} = \frac{\lambda}{2 \cos \alpha} \Delta f \quad (4-37)$$

测出 Δf , 即可得物体 B 的速度 v .

多普勒效应在医学上也有广泛的应用, 如超声多普勒血流仪就是利用这一原理制成的.

4.6 声 波

在连续介质中传播的弹性波, 若其频率 f 在 $20 \sim 2 \times 10^4$ Hz 之间, 则能使人产生声音的感觉, 这种波称为声波(sound wave); 若其频率在 $10^{-4} \sim 20$ Hz 之间, 则这种波称为次声波(infrasonic wave); 若其频率在 $2 \times 10^4 \sim 5 \times 10^8$ Hz 之间, 则这种波称为超声波(supersonic wave). 由于波的速度与介质的密度有关, 所以声波的传播速度对于温度和压强的变化很敏感. 如在标准状态下的空气中, 声速为 331 m/s. 但温度每升高(或降低) 1°C , 声速约增加(或减少) 0.6 m/s.

4.6.1 声波的性质

1. 声压和声阻

声波在媒质中传播时, 每一体积元的密度随质点的振动作周期变化, 在媒质中就会产生一些交替变化的疏密区域. 在稀疏区域, 压强小于静压强(没有声波传播时的压强); 在稠密区域, 压强大于静压强. 在媒质中, 有声波传播时的压强与无声波传播时的静压强差值为声压



(sound pressure), 以 p 表示.

设声波为平面简谐波, 在均匀流体中无衰减地沿 x 轴正方向传播, 波动方程为

$$s = A \cos \omega(t - \frac{x}{u})$$

可得出媒质中某一点的声压 p 为

$$p = \rho u \omega A \cos [\omega(t - \frac{x}{u}) + \frac{\pi}{2}] = \rho u v \quad (4-38)$$

由式(4-38)可知声压也是时间和位置的函数. 媒质中某处声压超前该处质点的振动位移 $\pi/2$, 与振动速度同相位, 令

$$p_m = \rho u \omega A = \rho u v_m \quad (4-39)$$

p_m 为声压幅, 简称声幅. 通常所说的声压大多是指声压的有效值, 即有效声压:

$$p_c = \frac{p_m}{\sqrt{2}} \quad (4-40)$$

声压的单位为 Pa(帕), $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$.

由式(4-38)可知, 在同一声压下, 质点振动速度 v 与 ρu 成反比. 将此式与欧姆定律相比较, 声压与电压对应, 振动速度与电流对应, 则 ρu 与电阻对应, 称为声阻抗(acoustic impedance), 用 Z 表示, 即

$$Z = \rho u = \frac{p}{v} = \frac{p_m}{v_m} \quad (4-41)$$

声阻抗是表示媒质声学性质的一个重要物理量, 单位为 $\text{N} \cdot \text{s/m}^3$ (牛顿秒每三次方米). 表 4-1 给出了几种媒质的声速和声阻抗.

表 4-1 几种媒质的声速和声阻抗

媒质	$u/(\text{m/s})$	$\rho/(\text{kg/m}^3)$	$Z/(\text{N} \cdot \text{s/m}^3)$
空气	$3.32 \times 10^2 (0^\circ \text{C})$	1.29	4.28×10^2
	$3.44 \times 10^2 (20^\circ \text{C})$	1.21	4.16×10^2
水	$14.8 \times 10^2 (20^\circ \text{C})$	988.2	1.48×10^6
脂肪	14.0×10^2	970	1.36×10^6
脑	15.3×10^2	1 020	1.56×10^6
肌肉	15.7×10^2	1 040	1.63×10^6
密质骨	36.0×10^2	1 700	6.12×10^6
钢	50.5×10^2	7 800	39.4×10^6

2. 声强

声强是声波的强度, 由前面波的强度可知, 声强(sound intensity) 是单位时间内通过垂直声波传播方向的单位面积上的能量, 即

$$I = \frac{1}{2} \rho u A^2 \omega^2 = \frac{1}{2} Z v_m^2 = \frac{1}{2} \frac{p_m^2}{Z} \quad (4-42)$$

声强与声幅的平方成正比, 与声阻抗成反比.



3. 反射和折射

声波在传播过程中,当遇到两种不同媒质的界面时,要发生发射和折射.它们遵守反射和折射定律.反射波强度与入射波强度之比,为**反射系数**,用 a_{ir} 表示.折射波强度与入射波强度之比为媒质的**折射系数**或**透射系数**,用 a_{it} 表示.这两个值由入射角及媒质的声阻抗大小决定.对于垂直入射的情况,有理论证明

$$a_{ir} = \frac{I_r}{I_i} = \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right)^2 \quad (4-43)$$

$$a_{it} = \frac{I_t}{I_i} = \frac{4Z_1Z_2}{(Z_2 + Z_1)^2} \quad (4-44)$$

由上可知,两种媒质的声阻抗差值越大,反射越强;声阻抗相近时,透射强,反射弱.由于空气与液体、固体的声阻抗相差很大,超声波很难从空气进入液体或固体,所以在做超声检查时,要在探头上涂抹液体石蜡油,防止探头与体表间产生空气层,使超声波尽量透射入人体内.

因人体各部分声阻抗不同,导致超声波入射到各组织界面反射时的反射量不同,成为超声波用于诊断的物理基础.

4.6.2 听阈、痛阈及声强级

人耳的灵敏度对于每一个声波频率都有一个最小声强,低于这个声强的声音就听不见了,这个最小声强称为**听阈**(threshold of hearing).同时,还有一个最大声强,高于这个声强的声音会使人耳感到不适或痛苦,这个最大声强称为**痛阈**(threshold of feeling).图4-18给出了听阈和痛阈随频率变化的曲线.

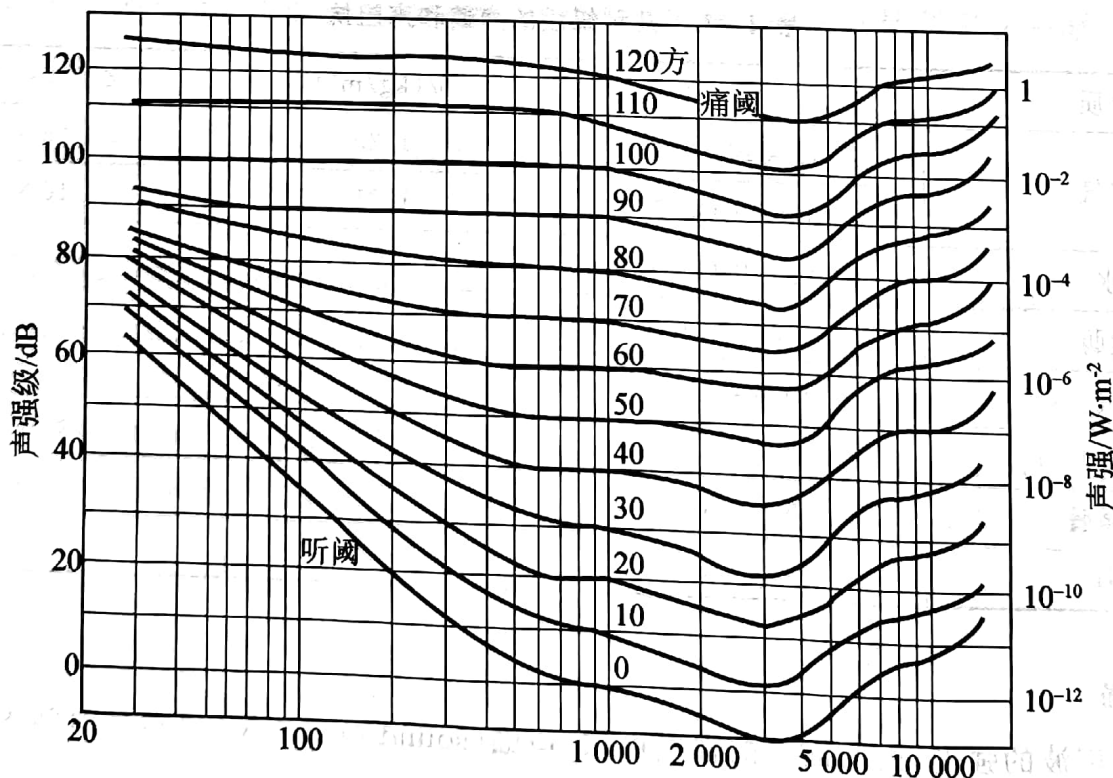


图4-18 人耳的平均听觉范围

人耳所感受到声音的响度近似地与声强的对数成正比,常用**声强级**(intensity level) L_I 来表示,即



$$L_I = 10 \lg \frac{I}{I_0} \quad (4-45)$$

其单位为 dB(分贝). 式中 $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$, 是接近 1 000 Hz 时的听阈. 被扩音机放大的摇摆音乐的声强级约为 120 dB, 刚好达到人的痛阈, 它会使人听觉能量减退. 现在人们很关心噪声(noise) 的污染问题, 有的地方法令规定户外声音不得大于 100 dB. 表 4-2 列出了几种声音的声强和声强级.

声强和声强级是根据声波的能量来确定的, 是客观物理量. 响度是人耳对声音强弱的主观感受, 不仅取决声强, 也与声音的频率有关. 如图 4-18 所示, 频率为 50 Hz、声强级为 78 dB 的声音与频率为 1 000 Hz、声强级为 60 dB 的声音具有同等的响度, 即等响.

为比较声音响度的大小, 提出了响度级(loudness level) 的概念. 以 1 000 Hz 声音的响度为标准, 将其他频率声音的响度与其比较, 只要它们响度相同, 则有相同的响度级. 对于 1 000 Hz 的声音, 响度级在数值上等于其声强级. 响度级的单位是方(phon). 把频率不同, 响度级相同的各点连成的一条线, 就构成了等响曲线, 如图 4-18 所示, 听阈曲线是响度级为零方的等响曲线, 痛阈曲线是响度级为 120 方的等响曲线.

表 4-2 几种声音的声强和声强级

声 源	声强 $/(W/m^2)$	声强级 /dB
几乎不能察觉的声音	10^{-12}	0
树叶的沙沙声	10^{-11}	10
耳语	10^{-10}	20
轻声响的收音机	10^{-8}	40
日常谈话	3.2×10^{-6}	65
闹市	10^{-5}	70
地铁或汽车	10^{-3}	90
令人产生痛觉的声音	10^0	120
火箭发射场	10^6	170

例 4.5 某种马达开动时产生的噪声声强为 10^{-7} W/m^2 , 求:

(1) 开动一台马达, 其噪声声强级为多少分贝?

(2) 同时开动两台马达, 其噪声声强级为多少分贝?

解 (1)

$$L_{I1} = 10 \lg \frac{I}{I_0} = 10 \lg \frac{10^{-7}}{10^{-12}} = 50 \text{ dB}$$

(2)

$$L_{I2} = 10 \lg \frac{2I}{I_0} = 10 \lg 2 + 10 \lg \frac{10^{-7}}{10^{-12}} = 53 \text{ dB}$$

4.6.3 超声波的性质

超声波是频率大于 20 000 Hz, 且不能引起人耳听觉的机械波. 超声波具有声波的通性, 速



扫描全能王 创建

度相同,并遵守反射和折射定律.因为超声波的频率高、波长短,还具有一系列的固有特性.

1. 超声波的特性

超声波的方向性好.因为波长越短,方向性越好,而超声波波长极短,与声波有相同的传播速度,所以具有类似光波的直线传播性质,并易于聚焦,可用作定向发射.

超声波强度大.因为声强与频率的平方成正比,所以超声波的强度大(功率大).

媒质对超声波的吸收强弱,决定了超声波透入媒质的深度,因媒质对声波能量的吸收作用与许多因素有关.一般来说,超声波在固体、液体中被吸收得较少,具有很强的穿透本领;在气体中,对声波的吸收随频率的增加而增大,因此超声波在气体中传播时,其强度很快被减弱.超声波在物质中传播时,对物质有许多特殊作用,主要有以下三个作用:机械作用、空化作用和热作用.

机械作用:高频超声波在媒质中传播时,媒质中的质点作高频振动.如在液体中,液体质点的加速度可达重力加速度的几十万倍,甚至上百万倍.如此激烈的机械振动,能使物质的力学结构被破坏.机械作用常用于击碎、切割、凝聚等.

空化作用:当较激烈的超声波在液体中传播时,液体分子将按超声频率成疏密变化,稠密区受压,稀疏区受拉.特别在稀疏区含有杂质和气泡处,液体会被拉裂出许多微小的空腔.空腔存在的时间很短暂,受压时,空腔迅速闭合.这一瞬间在迅速而强烈地冲击下产生局部高压(达几千至几万个大气压)、高温及放电现象,这种作用称为空化作用.空化作用被应用于清洗、雾化、乳化及促进化学反应.

热作用:媒质吸收了超声波的能量,引起温度升高,称为热作用,超声波的频率越高,热作用越明显.在医学上常用于治疗某些炎症、神经痛和皮肤癌等.

2. 超声波的产生

产生超声波的方法很多,常用的超声波发生器主要由高频脉冲发生器和换能器两部分组成.高频脉冲发生器用于产生超声频电振荡,换能器将电磁能转换成机械能.在医学上常用的换能器为压电式换能器.它是利用某些晶体(石英、钛酸钡、酒石酸钾钠等)的压电效应制成的.在这些晶体片相对的两个表面上加以压力或张力,使之发生机械形变时,两表面上将分别出现等量正负电荷,这种现象称为正压电效应.反之,把晶体片放入电场中,晶体片将根据电场方向发生伸长或缩短,这叫作电致伸缩或逆压电效应.若把超声频电压加在晶体片两面,则晶体片将作超声频的机械振动,会在周围媒质中激起超声波,如图4-19所示.如果把超声波加在晶体两表面,两面间将出现超声频电压,再在晶体片两面上镀一层很薄的金属作电极,就构成了一个简单的探头,即可发射超声波,也能接收超声波.

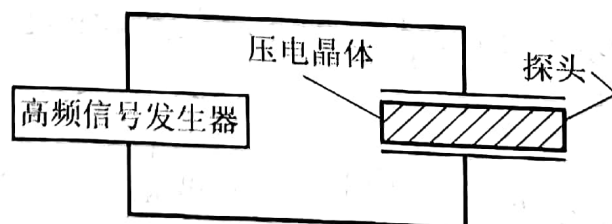


图 4-19 超声波发生器示意图



4.6.4 超声波在医学上的应用

超声在临床上广泛用于诊断和治疗。

1. 超声诊断

超声诊断(ultrasound diagnosis)是在现代电子学发展的基础上,将超声波应用于临床医学的诊断方法。随着电子技术的发展,尤其是电子计算机技术应用于超声诊断仪,使超声诊断水平迅速提高,并广泛应用于临床各个领域,包括肝、胆、脾、胰、肾、膀胱、前列腺、颅脑、眼、甲状腺、乳腺、肾上腺、卵巢、子宫、心脏等脏器及软组织的部分疾病诊断。超声诊断仪的种类很多,如B型超声(B-mode ultrasonography)及二维超声心动图(Two-dimensional echocardiography)能实时显示脏器内部结构的切面图像。M型心动图(M-mode echocardiography)可以记录心脏内部各结构的运动曲线。超声多普勒仪(Ultrasonic Doppler)可以检测心脏及血管内血流速度、方向及性质等。

目前所用超声诊断仪多应用超声脉冲回波技术,当脉冲超声在媒质中遇到声阻抗不同的两种媒质时,将部分反射,部分透射,两种媒质声阻抗相差越大,反射越强。遇到几个反射面就有几个回波信号,将接收到的回波信号、经过放大并显示在显示屏上,则回波的脉冲幅度提供了产生反射的界面种类的信息,各回波脉冲与初始波的时间间隔提供了各反射面的深度信息。根据显示的方式不同,分为A(Amplitude)型、M(Motion)型、B(Brightness)型等,它们已为临床广泛应用。

A型超声诊断仪:如图4-20所示,A型超声诊断仪属于一维超声,回声强度以振幅显示、探头由单晶片构成,主要用于腹部、头颅、眼、胸腔等检查,现多已淘汰。

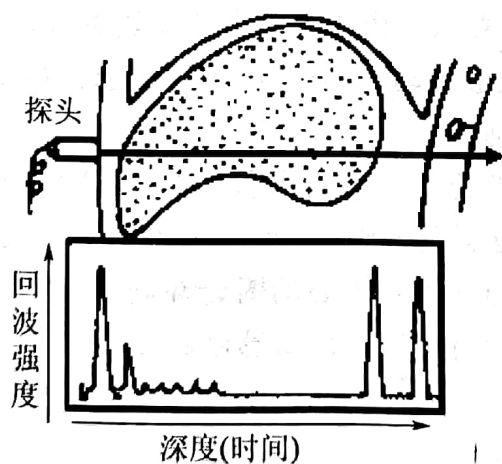


图4-20 A型超声诊断仪

B型超声诊断仪:如图4-21所示,B型超声诊断仪以二维光点显示。与A型超声诊断仪不同的是:

- (1) 光点的亮度代表回声强弱;
- (2) 当探头沿被探察表面直线运动时,可得到断层图像。通常用多元线阵探头依次发射、接收超声代替单探头的移动,可以快速显像。

M型超声诊断仪:如图4-22所示,M型超声诊断仪以一维光点显示,光点的亮度代表回声强弱、探头为单晶片,用于心脏、胎心、血管检查;显示心脏、血管结构的运动轨迹曲线图又称



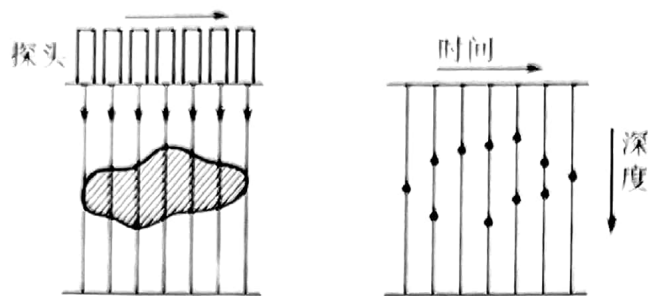


图 4-21 B 型超声诊断仪

现代高分辨率、高灵敏度仪器都具有实时(real time)显像及显示动态图像的功能.采用数字扫描转换器(Digital scan converter),且增加了很多附加功能,如图像处理,图像轮廓增强,探头位置显示、字符显示、局部放大、电子标尺,面积及心功能自动显示、产科胎儿测量及计算预产期显示等,便于临床使用.多附有摄影、录像及打印机等现代记录设备,记录静态或实时图像供会诊或教学用.

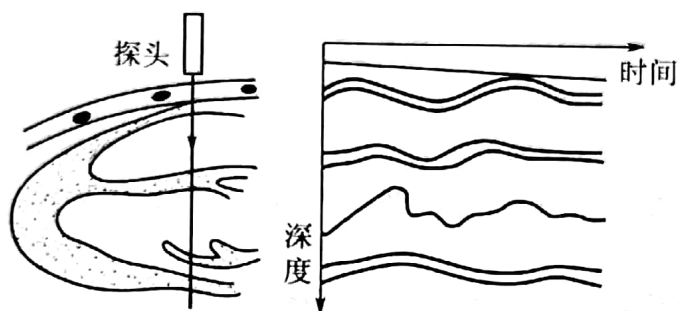


图 4-22 M 型超声诊断仪

D 型超声诊断仪(超声多普勒仪):由 4.5 节多普勒效应可知,利用多普勒效应可检测运动物体.当超声波传入人体某一血液流动区,被红细胞散射返回探头时,回波信号的频率将会变化,由式(4-37)可求出血液的速度.

目前常用的超声多普勒仪有连续波多普勒仪(CWD)、脉冲波多普勒仪(PWD)及彩色多普勒仪(CDFI)(将回波信号进行彩色编码,显示血流速度的剖面图,以红色代表朝向探头的血流、蓝色代表背离探头的血流、与二维超声心动图套叠显示,可直观地显示心脏或血管的形态结构及血流信息的实时动态图像,信息最大,敏感度高).

2. 超声治疗

超声波在物质中传播时对物质有很多特殊的作用,所以是一种常用的治疗手段.如小剂量超声波能使神经兴奋度降低,传导速度减慢,因而对周围神经疾病,如神经炎、神经痛,具有明显的镇痛作用.大剂量超声波作用于末梢神经可引起血管麻痹、组织细胞缺氧,继而坏死.

由于眼的解剖结构特点是球体形态、层次多,液体成分和血循环特点等因素容易热积累损伤.大剂量超声可引起结膜充血、角膜水肿,甚至眼底改变,对晶体可致热性白内障,还可以引起交感性眼炎.但用小剂量(脉冲式,声强为 $0.4 \sim 0.6 \text{ W/cm}^2$,时间在 $3 \sim 6 \text{ min}$ 以下)可以促进吸收,改善循环,对玻璃体浑浊、眼内出血、视网膜炎、外伤性白内障等有较好疗效.

超声药物透入疗法是利用超声波把药物经过完整的皮肤或黏膜,送入人体内的治疗方法.目前,有关研究表明,超声波可增强 X 射线和化学药物对肿瘤细胞的杀伤力,高强度超声



波可直接杀死癌细胞. 现已研制出相应的系统: 高强度聚焦超声肿瘤治疗系统 (high-intensity focused ultrasound, HIFU), 又称为“超声聚焦刀”. 该系统将体外低能量 (小于 3 W) 超声波聚焦在体内特定靶区, 通过聚焦处高能量 (大于 1 000 W) 超声波产生瞬态高温效应、空化效应, 杀死靶区肿瘤细胞. 一般患者治疗后身体可以很快恢复. 为临床提供了一种全新抗癌方法.

半 习 题 4

4-1 一个质量为 m 的球在地面上下跳动, 其运动是否为简谐运动? 为什么?

4-2 下面的说法是否正确:

- (1) 所有的周期运动都是简谐运动.
- (2) 所有的简谐运动都是周期运动.
- (3) 简谐运动的能量与振幅的平方成正比.
- (4) 简谐运动的周期与振幅成正比.
- (5) 简谐运动的速度方向与位移方向始终一致.
- (6) 简谐运动的速度方向与加速度方向始终一致.
- (7) 简谐运动的加速度方向与位移方向始终一致.
- (8) 简谐运动的速度为零时, 加速度也为零.
- (9) 简谐运动的速度为零时, 位移也为零.
- (10) 简谐运动的位移为零时, 加速度也为零.

4-3 有一个质点作简谐运动, 试分析它在下列位置时的位移、速度和加速度的大小和方向:

- (1) 平衡位置, 向正方向运动;
- (2) 平衡位置, 向负方向运动;
- (3) 正方向的端点;
- (4) 负方向的端点.

4-4 设一个质点的位移为 $s(t) = -3.0 \cos(\pi t - \pi/4)$, 试画出该简谐振动的位移、速度和加速度随时间变化的曲线, 并求出它们的频率、振幅和初相位.

4-5 一个谐振子在 $t = 0$ 时位于离平衡位置 6 cm 处, 速度为 0, 振动的周期是 2 s, 求简谐运动的位移和速度表达式.

4-6 一个简谐运动的频率为 15 Hz, 振幅为 0.04 m, 在 $t = 0$ 时, 初位移为 0.04 m, 求简谐运动方程以及速度、加速度的表达式.

4-7 一个 0.5 kg 的物体作周期为 0.5 s 的简谐运动, 它的能量为 5 J, 求振动的振幅、速度最大值、加速度最大值.

4-8 在简谐运动中, 当位移为振幅的一半时, 总能量中有多少为动能? 多少为势能?

4-9 某质点参与 $s_1(t) = 10 \cos(\pi t - \pi/2)$ cm 及 $s_2(t) = 20 \cos(\pi t - \pi/3)$ cm 两个同方向的谐振动, 求合振动的振幅和初相位.

4-10 如果在介质中有一波源作谐振动而产生简谐波, 振动的频率与波的频率相同吗? 振动速度和波的速度相同吗? 波动方程中的坐标原点是否必须要设在波源的位置?

4-11 设波动方程 $s(t) = 0.02 \cos[\pi(4x - 100t)]$ m, 求波的振幅、波长、波速和频率.

4-12 波源 O 的振动方程为 $s(t) = 0.06 \cos(\frac{\pi}{9}t)$ cm, 以 $u = 2$ m/s 的速度无衰减地沿 Ox 轴正方向传播, 求:

(1) $x = 5$ m 处的振动方程;



(2) $x = 5 \text{ m}$ 处和波源处两质点振动的相位差.

4-13 P 和 Q 是两个同方向、同频率、同相位、同振幅的波源所在地. 设它们在媒质中产生波的波长为 λ , PQ 之间的距离为 1.5λ , R 是 PQ 连线上点 Q 外侧任意一点, 求:

(1) P 、 Q 两点发出的波到达 R 时的相位差;

(2) 点 R 的振幅.

4-14 两个同方向、同频率的波源在同一弹性介质中作简谐振动, 波源 1 的振动方程 $s_1 = 0.002\cos(2\pi t) \text{ m}$, 波源 2 的振动方程 $s_2 = 0.002\cos(2\pi t + \pi) \text{ m}$. 两波源产生波的波速为 0.2 m/s . 求距离两波源分别为 0.4 m , 0.5 m 的介质中一点 P 的振动方程.

4-15 用多普勒效应测量心脏运动时, 以频率为 6 MHz 的超声波垂直入射心脏壁, 测出回波与初始波的频率差为 600 Hz , 求此时心脏壁的运动速度. (波在软组织中的速度为 1500 m/s)

4-16 一列火车从站台驶过, 站台上的旅客感觉火车驶近时的声音频率是驶去时声音频率的 $10/9$ 倍, 求火车的速度. (空气中的声速为 340 m/s)

4-17 同一媒质中两声波的声强级相差 30 dB , 则它们的声强之比为多少?

4-18 一台机器产生噪声的声强级为 30 dB , 求 10 台机器同时工作时的噪声声强级为多少?

