

电 磁 学

电磁现象在自然界中普遍存在. 医学也离不开电和磁的基本知识, 因为人体所有的功能和活动都以某种方式涉及电和磁. 比如, 脑的活动基本上是电的活动, 出入脑的所有神经信号都包含有电流; 进入人眼的一切视觉信息都是通过电磁波作用的; 声音信号在人耳中转变为神经的电脉冲等.

电和磁在医学上有两个方面的体现, 即人体内产生的电现象和磁现象, 以及电和磁施用于人体表面. 因此, 如果要深入了解生命现象和有效地使用现代医学仪器, 就必须掌握一定的电磁学知识.

一切电磁现象都起因于电荷及其运动. 电荷在其周围激发电场, 电场对场中的电荷有电场力作用; 运动电荷在其周围激发磁场, 磁场对场中的运动电荷有磁场力作用. 本章主要介绍电磁学基本知识, 并在此基础上讨论人体内产生的各种电现象.

5.1 静 电 学

5.1.1 电荷与库仑定律

早在公元前 585 年, 古希腊哲学家泰勒斯(Thales) 就记载了用木块摩擦过的琥珀能够吸引碎草等轻小物体的现象. 后来发现, 许多物质(如玻璃、硬橡胶、金刚石、蓝宝石和明矾等) 经过毛皮或丝绸等摩擦后, 都能吸引轻小物体, 于是人们就说它们带了电(electricity), 或者说它们有了电荷(electric charge). “电”这个词来源于希腊文, 原来的意思是“琥珀”.

两种材质的物体互相摩擦后之所以会带电, 是因为通过摩擦, 每个物体中都有一些电子脱离原子的束缚而转移到另一个物体上去. 但是, 不同材质的物体彼此向对方转移的电子数目一般不等, 所以从总体上讲, 一个物体失去电子带正电, 另一个物体得到电子带负电, 这就是摩擦起电(electrification by friction) 现象. 当把带负电的物体移近导体时, 导体中的自由电子在负电荷的排斥力作用下向远离带电体一端移动, 结果导体的这一端因电子过少而带正电, 另一端因电子过多而带负电, 这就是静电感应(electrostatic induction) 现象. 由此可见, 摩擦起电和静电感应现象中的起电过程都是电荷从一个物体转移到另一个物体, 或从物体的一部分转移到另一部分的过程. 电相互作用比引力相互作用强得多, 而且具有与引力相互作用根本不同的性质.



电荷的基本属性之一是存在两种电荷,称为正电荷和负电荷.同种电荷相互排斥,异种电荷相互吸引.而且,当异种电荷在一起时,它们的效应相互抵消.大多数物体是由等量的正电荷和负电荷组成的,对外不显电性,称为**电中性**(electric neutrality).因此,通常两宏观物体之间的电相互作用接近零,从而它们之间的引力相互作用才显示出来.

物体所带电荷数量的多少,称为**电量**(electric quantity).电荷可以在某些物体中流动,允许电荷通过的物体称为**导体**(conductor),不允许电荷通过的物体称为**绝缘体**(insulator)或**电介质**(dielectric).**半导体**(semiconductor)是导电性能介于导体和绝缘体之间的,且具有特殊电性质的材料.

可以用物质的微观结构来解释物体具有不同导电性的性质.金属之所以导电,是因为组成金属的原子的最外层价电子可以摆脱原子的束缚而在金属中自由运动,称为**自由电子**(free electron);电解质之所以导电,是因为其内部存在许多可以作宏观运动的正负离子.反之,在绝缘体或电介质内部,由于电子受到原子核的束缚,基本上没有自由电荷,所以几乎不导电.在半导体中,通常把导电的粒子称为载流子(carrier),包括带负电的电子和带正电的空穴(hole).N型的半导体中的多数载流子是电子,P型半导体中的多数载流子是空穴.

人体的干燥皮肤和多数生物膜一样,是绝缘体,但是皮下的人体组织是电解质,基本上是生理盐水 NaCl 溶液,血浆含有 Na^+ , K^+ , Ca^{2+} , Mg^{2+} , Cl 和其他离子.在生物中,电解质十分重要.

电荷的基本属性之二是量子性.1913年,密立根(Millikan, 1868 ~ 1953)用油滴法从实验中测出所有电子都具有相同的电荷,而且带电体的电荷是电子电荷的整数倍.迄今为止,电子是自然界存在的最小负电荷,质子是最小正电荷.它们所带电荷的量值就是电子电量 e ,其1986年的推荐值是

$$e = 1.602\,177\,33 \times 10^{-19} \text{ C}$$

其中电量的单位是库仑(C).电荷的这种只能取离散的、不连续的量值的性质,叫做电荷的量子化.电子的电荷 e 称为元电荷,或电荷的量子.

电荷的基本属性之三是守恒性.电荷既不能被创造,也不能被消灭.在一个与外界没有电荷交换的系统内,正负电荷的代数和在任何物理过程中保持不变,这就是**电荷守恒定律**(law of conservation of charge).近代科学实验证明,电荷守恒定律不仅在一切宏观过程中成立,而且被一切微观过程(如核反应和基本粒子过程)所普遍遵守.电荷是在一切相互作用下都守恒的一个守恒量,电荷守恒定律是物理学中普遍的基本规律之一.

电荷的基本属性之四是相对论不变性.电荷的电量与它的运动状态无关.

带电体之间相互作用的基本性质是1785年法国物理学家库仑(Coulomb, 1736 ~ 1806)用一个叫作扭秤的装置发现的.他总结出了两个静止点电荷(形状和大小对于相互作用力的影响可以忽略不计的带电体,即可以把它看成是一个带电荷的点)之间电相互作用的定量规律,通常称为**库仑定律**(Coulomb law).库仑定律表述如下:在真空中,两个静止点电荷之间的相互作用力的大小与它们的电量 q_1 和 q_2 的乘积成正比,与它们之间的距离 r 的平方成反比;作用力的方向沿着它们的连线,同种电荷相斥,异种电荷相吸.

如图5-1所示,两个点电荷的电量分别为 q_1 和 q_2 , r 表示由 q_1 指向 q_2 的矢量,则电荷 q_1 对 q_2 的作用力 F 为



$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} e_r \quad (5-1)$$

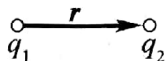


图 5-1 库仑定律

e_r 表示 r 方向的单位矢量. 若 F 表示 q_2 对 q_1 的作用力, 则 r 表示由 q_2 指向 q_1 的矢量, e_r 仍表示此时 r 方向的单位矢量. 在国际单位制中, 将式 (5-1) 中的比例系数 k 写成

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

的形式, 其中称 ϵ_0 为真空电容率或真空介电常数, 其 1986 年推荐值为

$$\epsilon_0 = 8.854\,187\,817 \times 10^{-12} \text{ F/M}$$

这样, 在国际单位制中, 库仑定律可以写成

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} e_r \quad (5-2)$$

实验表明, 两个静止点电荷之间的相互作用力并不会因为有第 3 个静止点电荷而改变; 当空间中有两个以上的点电荷 (点电荷系) 存在时, 作用在点电荷 (q_0) 上的总静电力 (F) 等于其他点电荷单独存在时作用于该点电荷上的静电力的矢量和, 即

$$F = \sum_{i=1}^k F_i = \sum_{i=1}^k \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q_i}{r_i^2} e_{r_i} \quad (5-3)$$

称为静电力叠加原理, 其中, e_{r_i} 表示由 q_i 到 q_0 方向的单位矢量. 利用库仑定律和静电力叠加原理, 可以求解任意带电体之间的静电力.

5.1.2 电场和电场强度

在一个电荷附近, 任何其他电荷如一个电子 (带负电荷) 或一个质子 (带正电荷) 都会受到库仑力作用. 该库仑力作用的区域存在一种物质, 称为**电场** (electric field). 相对于惯性参考系静止的电荷产生电场, 是电磁场的一种特殊形式, 称为**静电场** (electrostatic field).

为了使电场不致因测量而受到影响, 在此选用带电量充分小, 几何线度也充分小的试探电荷 q_0 , 把它静止地放置在电场中, 测量它在各处所受到的电场力 F . 由库仑定律可知, 对于电场中的任一固定点来说, 比值 F/q_0 是一个无论大小和方向都和试探电荷无关的矢量, 它反映了电场本身的性质, 是描述电场中各点电场强弱的物理量, 定义为**电场强度** (electric field strength), 用 E 表示, 即

$$E = \frac{F}{q_0} \quad (5-4)$$

即空间某点的电场强度为一矢量, 其大小等于单位电荷在该点受力的大小, 其方向为正电荷在该点受力的方向. 在国际单位制中, 电场强度的单位为 N/C (牛顿 / 库仑).

点电荷 q 所产生的电场中, 各点的电场强度为

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} e_r \quad (5-5)$$

当 $q > 0$ 时, E 沿 e_r 方向; 当 $q < 0$ 时, E 沿 $-e_r$ 方向. 如图 5-2 所示.

将式 (5-3) 两边同除以 q_0 , 根据式 (5-4) 可得

$$E = E_1 + E_2 + \cdots + E_k \quad (5-6)$$



式中, $E_1, E_2, \dots, E_k$ 分别为点电荷 $q_1, q_2, \dots, q_k$ 单独存在时, 在试探电荷 q_0 所在处 P 点的电场强度, E 为这些点电荷同时存在时在 P 点的总电场强度. 由此可见, 点电荷系在某点 P 产生的电场强度等于各点电荷单独在该点产生的电场强度的矢量和, 这就是**电场强度叠加原理**.

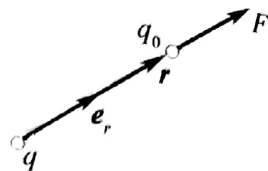


图 5-2 点电荷电场强度

电场强度叠加原理也适用于任何连续分布的电荷. 从微观结构看, 电荷集中在一个个带电的微观粒子上, 如电子和原子核上. 但从宏观效果看, 在某些问题中可以把电荷看成是在给定体积内连续分布的, 这时可以定义一点的体电荷密度或电荷密度 ρ_e 为该点附近单位体积内的电荷, 即

$$\rho_e = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV} \quad (5-7)$$

式中, Δq 是在 ΔV 内全部电荷的代数和. 由电场强度叠加原理, 电荷连续分布的带电体所产生的总电场强度为

$$E = \int dE = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} e_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho_e dV}{r^2} e_r \quad (5-8)$$

在某些情况下, 电荷分布在导体或电介质的表面附近很薄的一层里. 当场点与薄层的距离远大于薄层的厚度时, 可以忽略这个厚度而认为电荷分布在一个几何面上. 这时, 可以定义一点的面电荷密度或电荷面密度 σ_e 为该点附近单位面积内的电荷, 即

$$\sigma_e = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS} \quad (5-9)$$

所以带电面所产生的电场强度为

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{\sigma_e dS}{r^2} e_r \quad (5-10)$$

对于电荷分布在细线或细棒上的情况, 可以定义为一点的线电荷密度或电荷线密度 η_e 为该点附近单位长度内的电荷, 即

$$\eta_e = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl} \quad (5-11)$$

所以带电细线或细棒所产生的电场强度为

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\eta_e dl}{r^2} e_r \quad (5-12)$$

例 5.1 求均匀带电圆环轴线上的电场强度分布. 设圆环半径为 a , 带电荷总量为 Q .

解 如图 5-3 所示, 取圆心 O 为原点, 轴线向上为 z 轴正方向, 点 P 在轴线上距圆心为 z . 圆环上点 A 处任一线电荷元

$$\eta_e dl = \frac{Q}{2\pi a} dl$$

在点 P 所产生的电场强度的大小为

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\eta_e dl}{z^2 + a^2}$$

dE 沿 AP 方向. 将 dE 分解为沿 z 轴的分量 dE_z 和垂直于 z

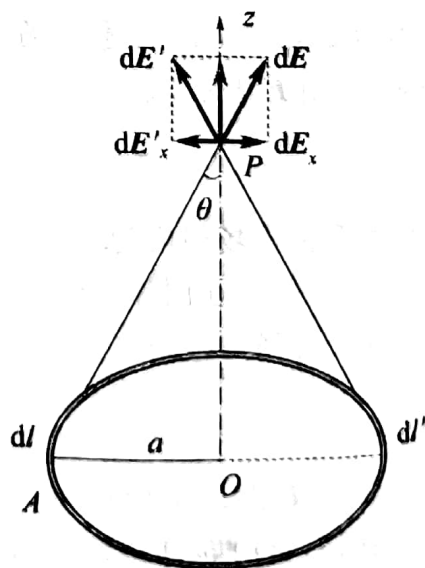


图 5-3



轴的分量 dE_z .

由圆环的对称性,圆环的任意一条直径两端的两电荷元 $\eta_c dl$ 和 $\eta_c dl'$ 在点 P 所产生的电场强度在垂直于 z 轴方向上的分量 dE_x 和 dE'_x 大小相等、方向相反,互相抵消.因此,只有沿 z 轴方向上的分量是互相加强的.整个圆环是由无数对这样的带电线元组成的,它们在点 P 所产生的电场强度是所有带电线元在 z 轴上的电场强度分量的代数和,即

$$\begin{aligned} E &= E_z = \int dE_z = \int dE \cos \theta = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\eta_c z dl}{\sqrt{(z^2 + a^2)^3}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\eta_c z}{\sqrt{(z^2 + a^2)^3}} \int dl = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qz}{\sqrt{(z^2 + a^2)^3}} \end{aligned} \quad (5-13)$$

当 $z=0$ 时, $E=0$, 即带电圆环中心处的电场强度为零; 当 $z \gg a$ 时, 即当场点远离圆环时, 圆环所产生的电场强度与点电荷所产生的电场强度相同, 即

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{z^2}$$

5.1.3 电势和电势差

1. 静电场力做功的特点

从库仑定律和电场强度叠加原理出发, 可以证明静电场力做功与路径无关.

如图 5-4 所示, 静止的点电荷 q 位于点 O , 在任意曲线 L 上任取一点 K , 将试探电荷 q_0 从点 K 出发作一微小位移 dl 到点 N , 电场力所做的功为

$$dA = q_0 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = q_0 E dl \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} dl \cos \theta$$

式中, θ 为 K 点电场强度 $\mathbf{E}(K)$ 与 $d\mathbf{l}$ 之间的夹角, $dl \cos \theta$ 是 $d\mathbf{l}$ 在 $\mathbf{E}(K)$ 方向上的投影, 即 $d\mathbf{l}$ 在 $\mathbf{r}$ 上的投影为 dr , 所以上式可写成

$$dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} dr$$

将试探电荷 q_0 从 L 上点 P 移到点 Q , 则电场力所做的功为

$$A_{PQ} = \int_P^Q dA = \int_{r_P}^{r_Q} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} dr = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_P} - \frac{1}{r_Q} \right) \quad (5-14)$$

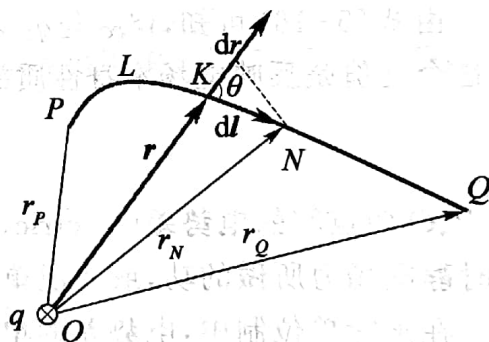


图 5-4 静电场力做功

式(5-14)表明, 单个点电荷的静电场力做功只与试探电荷的始末位置有关, 与路径无关.

任意带电体系可以划分为许多带电微元, 每一带电微元可看做一个点电荷. 即带电体系可看成点电荷系, 总电场强度 $\mathbf{E}$ 是各点电荷 $q_1, q_2, \dots, q_k$ 单独产生的电场强度 $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \dots, \mathbf{E}_k$ 的矢量和, 所以当试探电荷 q_0 从 L 上点 P 移到点 Q 时, 电场力所做的功为

$$\begin{aligned} A_{PQ} &= q_0 \int_P^Q \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = q_0 \int_P^Q (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_k) \cdot d\mathbf{l} \\ &= q_0 \int_P^Q \mathbf{E}_1 \cdot d\mathbf{l} + q_0 \int_P^Q \mathbf{E}_2 \cdot d\mathbf{l} + \dots + q_0 \int_P^Q \mathbf{E}_k \cdot d\mathbf{l} \end{aligned}$$



由于上式等号右边的每一项都与路径无关,所以总电场力所做的功也与路径无关.由此可知,静电力做功只与试探电荷的始末位置有关,与路径无关.

2. 静电场的环路定理

如图 5-5 所示,在静电场中任意取一个闭合环路 L ,在 L 上取任意两点 P 、 Q ,它们把环路 L 分成 L_1 和 L_2 两段,由于静电力做功与路径无关,因此有

$$\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_P^Q \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \int_Q^P \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_P^Q \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} - \int_P^Q \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

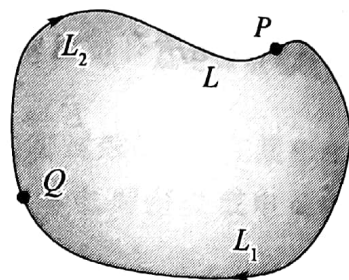


图 5-5 环路定理

这就是静电场的环路定理 (circuital theorem of electrostatic field): 静电场中电场强度沿任意闭合环路的线积分恒等于零,即

$$\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (5-15)$$

由环路定理也可推导出电场力做功与路径无关,即“电场强度沿任意闭合环路的线积分等于零”和“电场力做功与路径无关”这两种说法是完全等价的.

3. 电势能和电势差

任何做功与路径无关的力场,或者说沿任意闭合回路做功为零的力场,都称为保守力场或势场. 静电场的环路定理表明,静电场是保守力场,可以引进电势能的概念.

在静电场中把一个试探电荷 q_0 从点 P 移到点 Q ,它的电势能减少 W_{PQ} 定义为在此过程中静电力对它所做的功 A_{PQ} , 即

$$W_{PQ} = A_{PQ} = q_0 \int_P^Q \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (5-16)$$

根据静电场的环路定理, W_{PQ} 只由 P 和 Q 两点的位置决定,与 q_0 移动的具体路径无关.

由式(5-16)可知, W_{PQ} 与 q_0 之比只取决于电场的性质及场点的位置,与试探电荷无关,所以这个比值是反映电场本身性质的物理量,定义为两点的电势差,用 U_{PQ} 表示,于是有

$$U_{PQ} = \frac{W_{PQ}}{q_0} = \int_P^Q \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (5-17)$$

即 P 、 Q 两点间的电势差 (electric potential difference) 定义为:把单位正电荷从点 P 移动到点 Q 时静电力所做的功,或者说单位正电荷的电势能之差.

在国际单位制中,电势差的单位是 V(伏特), $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$ (焦耳每库仑).

4. 电势

在选定了参考点后,通常把其他场点与此参考点之间的电势差定义为该场点的电势 (electric potential) 或电位. 在国际单位制中,电势的单位也是 V(伏特). 和重力势能一样,电势能只有相对的意义,因而电势为零点的选择也可以是任意的,视处理问题的方便而定.

在理论计算中,如果带电体系只局限在有限大小的空间里,通常选无穷远处为电势零点,这时空间任一点 P 的电势可以表示为

$$U(P) = U_{P\infty} = \frac{A_{P\infty}}{q_0} = \int_P^\infty \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (5-18)$$

式(5-18)表明,电场中某一点 P 的电势,等于将单位正电荷从点 P 移动到无穷远处时电场力所做的功. P 、 Q 两点间的电势差 U_{PQ} 等于点 P 的电势 $U(P)$ 减去点 Q 的电势 $U(Q)$, 即



$$U_{PQ} = U(P) - U(Q) = \int_P^Q \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (5-19)$$

由此可见, 电场强度 $\mathbf{E}$ 总是从电势高的地方指向电势低的地方.

对于任何保守力场, 都可以引进势能的概念, 而且保守力所做的功都等于势能的减少量. 因此, 对于静电场, 在任何情况下, 电荷在电场力的推动下运动时, 其电势能总是趋于减少, 即

$$W_{PQ} = A_{PQ} = q \int_P^Q \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = qU_{PQ} = q(U(P) - U(Q)) \quad (5-20)$$

换言之, 在电场力的推动下, 正电荷从电势高的地方向电势低的地方移动, 而负电荷从电势低的地方向电势高的地方移动.

5. 电势叠加原理

利用电势的定义和电场强度叠加原理很容易证明, 点电荷系的电场中某点的电势是各个点电荷单独存在时的电场在该点的电势代数和, 这就是电势叠加原理, 即

$$\begin{aligned} U(P) &= \int_P^Q \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_P^Q (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \cdots + \mathbf{E}_k) \cdot d\mathbf{l} \\ &= \int_P^Q \mathbf{E}_1 \cdot d\mathbf{l} + \int_P^Q \mathbf{E}_2 \cdot d\mathbf{l} + \cdots + \int_P^Q \mathbf{E}_k \cdot d\mathbf{l} \\ &= U_1(P) + U_2(P) + \cdots + U_k(P) \end{aligned} \quad (5-21)$$

式中, $U_1(P), U_2(P), \cdots, U_k(P)$ 分别为点电荷 $q_1, q_2, \cdots, q_k$ 单独存在时的电场在点 P 处的电势. 点电荷 q_i 所产生的电场强度为

$$\mathbf{E}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \mathbf{e}_{r_i}$$

由此求得在点电荷 q_i 所产生的电场中, 场点 P 处的电势为

$$U(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^k \frac{q_i}{r_i} \quad (5-22)$$

当产生电场的带电体分别是连续分布的体电荷、面电荷和线电荷时, 式(5-22)可分别表示为

$$U(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \frac{\rho_e dV}{r} \quad (5-23)$$

$$U(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint_S \frac{\sigma_e dS}{r} \quad (5-24)$$

$$U(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_l \frac{\eta_e dl}{r} \quad (5-25)$$

6. 等势面及电势梯度

一般而言, 静电场中的电势值是逐点变化的, 它们是空间坐标的标量函数. 等势面是由电势相等的点所组成的面, 它们应满足方程

$$U(x, y, z) = C$$

当常量 C 取等间隔的一系列数值时, 可以得到一系列等势面. 由式(5-19)可知, 在这样画出的等势面较密集的地方电场强度较大, 较稀疏的地方电场强度较小. 如图 5-6 所示为点电荷的电场线和等势面的分布图.

等势面有一个重要的性质, 就是处处与电场线垂直. 假设在某处等势面与电场线不垂直,



则电场强度就会有一个沿等势面切线方向的分量,在这样的等势面上移动电荷时,电场力就要做正功,这和等势面上移动电荷时电场力不做功的结论相矛盾。

如图 5-7 所示,设 P 、 Q 是两个靠得很近的等势面,电势分别为 U 、 $U + \Delta U$,在两等势面之间取一任意方向的线段,其长度矢量为 $\Delta l \rightarrow 0$ (即可以认为 PQ 线段上各点的电场强度值相等),由式(5-19)可知

$$U - (U + \Delta U) = \int_P^Q \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = E \Delta l \cos \theta = E_t \Delta l$$

式中, E_t 为 $\mathbf{E}$ 在 Δl 方向上的分量,有

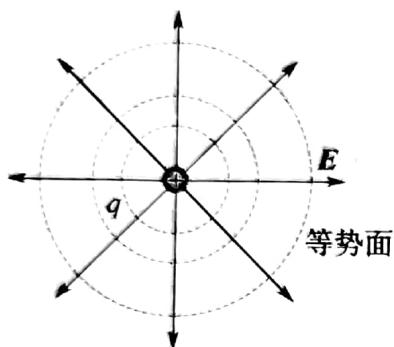


图 5-6 点电荷电场的等势面

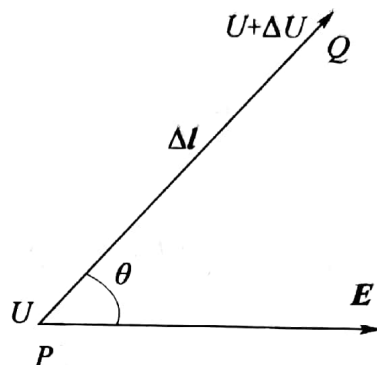


图 5-7 电势梯度

$$E_t = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \left(-\frac{\Delta U}{\Delta l} \right) = -\frac{\partial U}{\partial l} \quad (5-26)$$

即电场中某点的电场强度沿任一方向的分量等于这一点的电势沿该方向导数的负值。

由于电场强度的方向和等势面的法线方向要么相同,要么相反,设 $\mathbf{n}$ 为等势面的法向单位矢量,则有

$$E = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \left(-\frac{\Delta U}{\Delta n} \right) = -\frac{\partial U}{\partial n} \quad (5-27)$$

由此得到电势和电场强度之间的微分关系:电场中某点的电场强度等于这一点的电势沿等势面法线方向的导数的负值。式中的负值表示电场强度方向沿电势降落的方向。

由于 $\Delta l \cos \theta = \Delta n$, 因此在所有方向中,以等势面法线方向的导数数值最大,其他方向的导数值等于它乘以 $\cos \theta$. 可以定义一个矢量,使它沿着 $\mathbf{n}$ 的方向,大小等于 $\frac{\partial U}{\partial n}$, 这个矢量叫做 U 的梯度 (gradient), 用 ∇U 或 $\text{grad } U$ 表示, 沿其余方向的导数 $\frac{\partial U}{\partial l}$, 是梯度矢量 ∇U 在该方向上的投影. 因为电场强度 $\mathbf{E}$ 总是指向电势减小的方向, 即 $\mathbf{E}$ 与 $\mathbf{n}$ 反向, 所以有

$$\mathbf{E} = -\nabla U \quad (5-28)$$

为了描述静电场的分布, 引入了电场强度和电势. 前者是矢量, 服从矢量叠加原理; 后者是标量, 服从标量叠加原理. 两者之间存在积分和微分的关系, 即

$$U(P) = \int_P^\infty \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}, \quad \mathbf{E} = -\nabla U$$

因此只要知道 $\mathbf{E}$ (或 U) 的分布, 就可以利用上述关系式求出 U (或 $\mathbf{E}$) 的分布. 一般而言, 由于电势是标量, 它的计算往往比电场强度简单, 因此在很多情况下, 可以先直接算出电势的分布, 然后利用其梯度来求出电场强度的分布. 只有在带电体具有一定对称性的情况下, 才能



较方便地先求电场强度的分布,然后根据上式用电场强度的线积分来计算电势的分布.

5.1.4 电偶极子和电偶层

1. 电偶极子

点电荷系称为**电偶极子**(electric dipole),简称**电偶**.原子和分子的电性质及心肌细胞的电性质等都可用电偶极子的电特性来描述.从负电荷引向正电荷的矢量 l 称为电偶极子的**轴线**.乘积 $p = ql$ 称为**电偶极矩**,简称**电矩**(electric moment), p 是一矢量.两电荷连线中点 O 称为电偶极子的中心,如图 5-8 所示.

电偶极子在空中任意一点 P 的电势为

$$U_P = U_1 + U_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_2}$$

由于 $r_1 \gg l, r_2 \gg l, r \gg l$, 所以可近似认为

$$r_1 \approx r_2 \approx r, \quad r_2 - r_1 \approx l \cos \theta$$

式中, θ 为电偶中心到点 P 的连线与轴线的夹角,近似等于 θ' , 由此可得点 P 的电势为

$$U_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql \cos \theta}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2} \quad (5-29)$$

式(5-29)即为电偶极子的电势表达式.下面分析电偶极子的电势分布特点:

① 如果点 P 在轴线的中垂面上, $\theta = \pi/2, \theta = 3\pi/2$, 则 $U_P = 0$;

② 如果点 P 在中垂面靠 $+q$ 一侧, 由于 $\cos \theta > 0$, 所以 $U_P > 0$;

③ 如果点 P 在中垂面靠 $-q$ 一侧, 由于 $\cos \theta < 0$, 所以 $U_P < 0$.

由上可知,中垂面将电场分成正负电势两个对称的区域.了解这种分布对理解心电图是有用的.

根据电场强度和电势的关系可以由电偶极子的电势求其电场强度.设点 P 在电偶极子轴线延长线上靠 $+q$ 一侧, 则其电势为

$$U_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^2}$$

由于电场强度在轴线方向上, 所以

$$E = -\frac{dU}{dr} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} p \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r^2} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{r^3} \quad (5-30)$$

E 的方向和电矩 p 的方向相同.

2. 电偶层

电偶层是指相距很近、互相平行且具有等值异号的电荷面密度的两个带电表面.是在生物体中经常遇到的一种电荷分布.

计算电偶层电场中各点的电势时,可将电偶层看成由许多平行排列的电偶极子所组成.如图 5-9 所示.两层间的距离为 δ , 两带电面的电荷面密度分别为 $+\sigma$ 和 $-\sigma$. 在电偶层上取一面

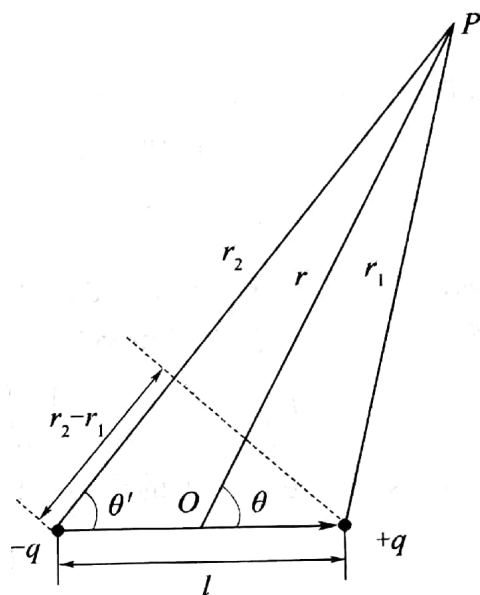


图 5-8 电偶极子



积元 dS , 该面元上的电量为 σdS . 由于 dS 很小, 这个电偶层元可看做是电量为 $+\sigma dS$ 和 $-\sigma dS$ 的一对点电荷所组成的电偶极子, 其电矩的大小为 $\sigma dS \cdot \delta$, 电矩方向与面元的法线方向一致. 由式(5-29)可知, 这一电偶极子单独产生的电场在点 P 的电势为

$$dU = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma dS \cdot \delta \cos \theta}{r^2}$$

r 为面元到点 P 的距离, θ 为面元法线与 r 间的夹角. 令 $\tau = \sigma\delta$ 表示单位面积的电偶极矩, 称为层矩, $d\Omega = \frac{dS \cos \theta}{r^2}$ 为面元 dS 对点 P 所张的立体角, 如果从点 P 看到的电偶层是带正电, 则 $d\Omega$ 取正值, 否则取负值. 则整个电偶层在点 P 的电势为

$$U_P = \int dU = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \tau d\Omega \quad (5-31)$$

如果整个电偶层上的层矩 τ 相等, 则

$$U_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \tau \int d\Omega = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \tau \Omega \quad (5-32)$$

Ω 为各面元对点 P 所张立体角的代数和. 式(5-32)表明: 均匀电偶层在某点产生的电势只决定于层矩 τ 与电偶层对该点所张立体角 Ω , 与电偶层的形状无关.

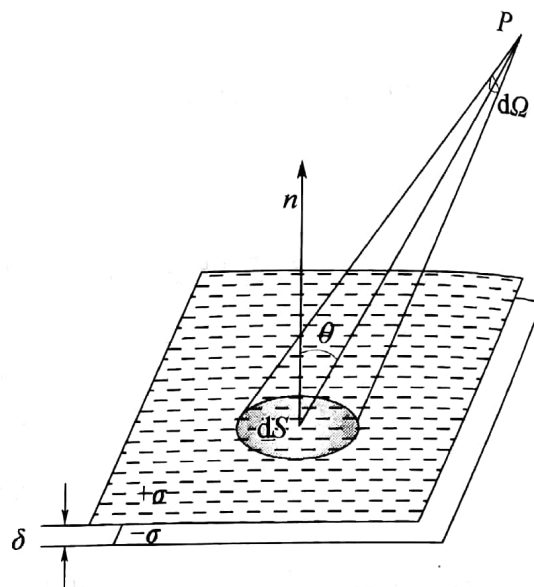


图 5-9 电偶层

5.2 直流电

本节讨论欧姆定律的微分形式和基尔霍夫方程组, 并在此基础上分析电容器的充放电过程.

5.2.1 欧姆定律的微分形式

1. 电流密度

导体中存在大量的可自由移动的带电粒子, 称为**载流子**(carrier). 在金属中是自由电子, 在电解质溶液中是正负离子. 导体中的载流子在外电场作用时作无规则的热运动, 因而在宏观上导体内不存在电荷的定向移动. 当导体内有电场时, 由于受电场力的作用, 导体中载流子除做热运动外, 还沿电场力方向做定向移动, 这种定向移动的平均速度称为**漂移速度**(drift velocity). 载流子的这种定向移动就形成了宏观的电流.

由于历史的原因, 人们把正电荷定向移动的方向规定为电流的方向, 而把单位时间内通过导体任一截面的电量规定为电流的大小, 称为**电流**(electric current), 用 I 表示, 即

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \quad (5-33)$$

式中, Δq 是在时间间隔 Δt 内通过所考虑的截面的电量. 如果电流的大小和方向不随时间改变,



则称为**恒定电流**(steady current)或**直流**(direct current, DC). 如果电流是随时间而变的, 则 t 时刻的瞬时电流一般用小写字母 i 表示, 即

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad (5-34)$$

在国际单位制中, 电流的单位为 A (Ampere, 安培), $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$.

在通常的电路问题中, 一般引入电流 I 和 i 的概念就可以了. 但在实际中有时会遇到电流在大块导体(如人体的躯干、四肢)中流动的情形, 这时导体的不同部分电流的大小和方向都不一样, 形成了一定的电流分布, 这种导体称为**容积导体**. 为了描述电流在导体截面上分布的情况, 须引进**电流密度**(current density).

电流密度 j 是一个矢量, 该矢量在导体中各点的方向代表该点电流的方向, 其数值等于通过该点单位垂直截面的电流, 即单位时间内通过单位垂直截面的电量. 设在导体中某点处取一截面 ΔS , 并使 ΔS 与其上面的电场强度 E 垂直, 如图 5-10 所示. 若通过 ΔS 的电流为 ΔI , 则定义电流密度的大小为

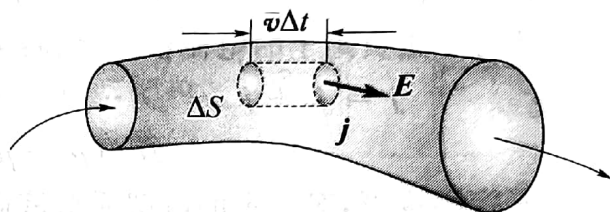


图 5-10 电流密度

$$j = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta S} = \frac{dI}{dS} \quad (5-35)$$

在国际单位制中, 电流密度的单位为 A/m^2 (安培每平方米).

为了实际应用的方便, 这里推导出电流密度的另一表达式. 设导体中存在一种载流子, 且载流子为正电荷, 以 n 表示导体中单位体积内的载流子数目, Z 表示载流子的价数, $\bar{v}$ 表示载流子在电场力作用下所获得的漂移速度. 如图 5-10 所示, 在 Δt 时间内通过 ΔS 的电量 ΔQ 为

$$\Delta Q = Zen \cdot \bar{v} \Delta t \cdot \Delta S, \quad \Delta I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = Zen \bar{v} \cdot \Delta S$$

所以电流密度大小为

$$j = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta S} = Zen \bar{v} = \rho_e \bar{v} \quad (5-36a)$$

式中, $\rho_e = Zen$, 表示导体中自由电荷的体密度, 即单位体积内载流子的总电量. 式(5-36a)还可写成矢量表达式

$$j = Zen \bar{v} = \rho_e \bar{v} \quad (5-36b)$$

若 $\rho_e > 0$, 即载流子为正电荷, 矢量 j 与 $\bar{v}$ 同方向; 若 $\rho_e < 0$, 即载流子为负电荷, 矢量 j 与 $\bar{v}$ 反方向. 式(5-36b)对于导体中有多种载流子的情况也适用. 设导体中有正负两种自由电荷, 其电荷体密度分别为 ρ_+ 和 ρ_- , 漂移速度分别为 $\bar{v}_+$ 和 $\bar{v}_-$, 则

$$j = \rho_+ \bar{v}_+ + \rho_- \bar{v}_- \quad (5-36c)$$

2. 电解质的导电性

在人体内部的导电过程中, 电解质溶液导电占重要地位. 电解质溶液中的载流子是正负离子. 在无外电场时, 所有的离子都作无规则的热运动, 因而电解质溶液内无电流. 当有外电场时, 正负离子在电场力作用下将分别沿电场方向和逆电场方向作定向移动, 形成电流.

离子在电解质溶液中作定向移动时, 除受到电场力作用外, 还受到周围媒质的阻力. 当离



子速度不大时,阻力与离子定向移动速度成正比,方向相反.当阻力和电场力平衡时,离子的定向移动速度不再改变,称为离子的漂移速度.由于正负离子的质量一般不等,所以其漂移速度也不等:

$$ZeE - K_+ \bar{v}_+ = 0 \Rightarrow \bar{v}_+ = \frac{ZeE}{K_+} = \mu_+ E$$

$$(-ZeE) - K_- \bar{v}_- = 0 \Rightarrow \bar{v}_- = \frac{-ZeE}{K_-} = -\mu_- E$$

式中, K_+ 和 K_- 分别为正负离子的摩擦系数; μ_+ 和 μ_- 分别称为正负离子的迁移率(ionic mobility).

设在单位体积电解质溶液中正负离子数均为 n , 则由式(5-36c)可知: 电解质溶液中的电流密度 j 等于正负离子的电流密度之和:

$$\begin{aligned} j &= j_+ + j_- = \rho_+ \bar{v}_+ + \rho_- \bar{v}_- = Zen\mu_+ E + (-Zen)(-\mu_- E) \\ &= Zen(\mu_+ + \mu_-)E \end{aligned} \quad (5-37)$$

在一定温度下, 对一定的电解质溶液而言, Z, e, n, μ_+, μ_- 都是确定的, 所以 j 与 E 成正比.

3. 欧姆定律的微分形式

1826年, 欧姆(Ohm, 1787~1854)由实验发现了后来以他命名的欧姆定律(Ohm law): 在恒定条件下, 通过一段导体的电流 I 与导体两端的电压 U 成正比, 即

$$I = \frac{U}{R} \quad \text{或} \quad U = IR \quad (5-38)$$

比例系数 R 由导体的性质决定, 称为该段导体的电阻(resistance), 其单位为 Ω (Ohm, 欧姆). 电阻的倒数为电导(conductance), 用 G 表示:

$$G = \frac{1}{R} \quad (5-39)$$

电导的单位为 S (Siemens, 西门子), $1 \text{ S} = 1 \Omega^{-1}$.

导体电阻的大小与导体的材料和几何形状有关. 实验表明, 粗细均匀的长为 l , 横截面积为 S 的导体的电阻为

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (5-40)$$

式中, 比例系数 ρ 与导体的性质和温度有关, 称为电阻率(resistivity), 其单位是 $\Omega \cdot \text{m}$ (欧姆米). 电阻率的倒数称为电导率(conductivity), 用 σ 表示, 即

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (5-41)$$

如图 5-11 所示, 导体中有电流, 在导体中任取一小电流管, 长为 Δl , 垂直截面积为 ΔS , 在恒定条件下通过同一电流管各截面的电流都相等. 由欧姆定律可知

$$\Delta I = \frac{\Delta U}{R}$$

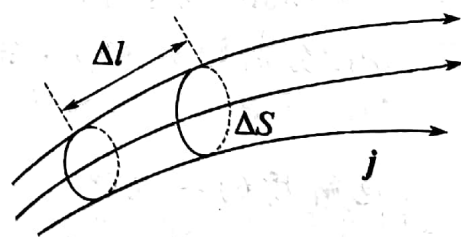


图 5-11 欧姆定律的微分形式

又因为 $\Delta I = j\Delta S$, $R = \frac{\Delta l}{\sigma \Delta S}$, $\Delta U = E\Delta l$, 代入上式可得



$$j = \sigma E$$

(5-42)

这就是欧姆定律微分形式,它给出了电流密度和电场强度之间逐点的对应关系.欧姆定律微分形式表明导体中任意一点的电流密度只与导体的材料及该点处的电场强度有关,而与导体的形状和大小无关.式(5-42)虽是在恒定条件下导出的,但在变化不太快的非恒定情况下仍然适用.实验表明,欧姆定律不仅适用于金属,也适用于电解液.

4. 电动势

在电场力的作用下,正电荷只能顺着导线从高电势的点A移动到低电势的点B(见图5-12);若要使电荷再从B返回到A,使电流线闭合起来,则必须依靠非静电力.提供非静电力的装置称为电源(power supply),作用在单位正电荷上的非静电力用 E_k 表示.电源的电动势(electromotive force, emf) $\mathcal{E}$ 定义为:把单位正电荷从负极通过电源内部移到正极时,非静电力所做的功为

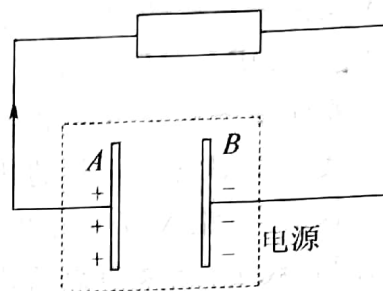


图 5-12 电源的电动势

$$\mathcal{E} = \int E_k \cdot d\mathbf{l} \quad (5-43)$$

电动势是一个标量,但为了说明电源所提供电流的方向,通常规定从负极通过电源内部到正极的方向作为电动势的方向.电动势的单位和电势的单位相同.电源内部的电阻称为电源的内阻.

5.2.2 基尔霍夫定律

1. 电路中任意两点间的电势差

如图5-13所示的AF段电路中含有若干个电源和电阻,电流并不是处处相等的,这样的电路称为含源电路或不均匀电路.在直流电路中,相对于电势参考点而言,电路上各点的电势值都是确定的.若从点A出发考察电路中各个元件的端电压,则它们的代数和就等于始点A与终点F之间的电势差,即

$$U_A - U_F = U_{AF} = U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DE} + U_{EF} \quad (5-44)$$

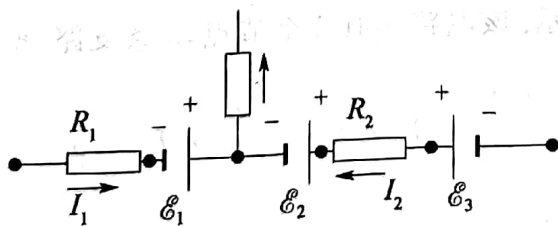


图 5-13 一段含源电路

式(5-44)可以写成更一般的形式:

$$U_{AF} = \sum (\pm I_i R_i) + \sum (\pm \mathcal{E}_j) \quad (5-45)$$

式(5-45)称为一段含源电路(或不均匀电路)的欧姆定律,即电路中任意两点之间的电势差等于所有电势降落的代数和,且规定:当电流方向与巡视方向一致时, $I_i R_i$ 项前面为加号,反之为减号;当电动势方向与巡视方向一致时, $\mathcal{E}_j$ 项前面为减号,反之为加号;当电源的内阻 r 不



扫描全能王 创建

能忽略时,把电源等效为一个电动势为 $\mathcal{E}$ 的内阻为零的理想电源和阻值为 r 的电阻串联.

2. 基尔霍夫方程组

一个复杂电路可以是多个电源和多个电阻的复杂连接,称三条或更多条支路的汇集点为节点(node),如图 5-14 中的 A、B 两点;两相邻节点间的一段电路为支路(branch),如图 5-14 中的 ACB、AB、ADB 为支路;一个或多个支路所组成的闭合电路为回路(loop),如图 5-14 中的 ABCA、ADBA、ADBCA 三个回路.

基尔霍夫第一方程组:可以证明,对于直流而言,电路中任何一点都没有电荷的积累,即电流是连续的.对于电路中各节点,流入节点的电流的总和等于流出节点的电流的总和.规定:从某节点流出的电流前面写减号,如 I_3 ;流向节点的电流前面写加号,如 I_1 、 I_2 ,则汇于节点的各支路电流的代数和为零,即

$$\sum_i (\pm I_i) = 0 \quad (5-46)$$

对于具有 n 个节点的完整电路,可以列出 $(n-1)$ 个彼此独立的这类方程,称为基尔霍夫第一方程组或节点电流方程组.

基尔霍夫第二方程组:把关于一段含源电路的欧姆定律应用到闭合回路中,即 A、F 两点是重合的,则 $U_{AF} = 0$,有

$$\sum_i (\pm I_i R_i) + \sum_j (\pm \mathcal{E}_j) = 0 \quad (5-47)$$

式(5-47)表明,对于任一闭合回路,电势降落的代数和为零.

在应用式(5-47)时,首先要选定回路的巡行方向,然后沿巡行方向逐个确定各项前面的加减号:对于电阻,若电流方向与巡行方向相同,取加号,否则取减号;对于电源,若电动势方向与巡行方向相同,取减号,否则取加号.

可以证明,对于一个具有 n 个节点和 p 条支路的电路,总共有 $(p-n+1)$ 个独立回路,可列出 $(p-n+1)$ 个独立的回路电压方程(5-47),它们构成了基尔霍夫第二方程组,又称回路电压方程组.

巡行方向如图 5-14 所示.该电路共有 2 个节点,3 条支路,所以可列出 2 个独立的回路电压方程.对于回路 ABCA 有

$$-r_2 I_2 + \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 + r_1 I_1 = 0$$

对于回路 ADBA 有

$$RI_3 - \mathcal{E}_2 + r_2 I_2 = 0$$

基尔霍夫方程组的应用:对于一个具有 n 个节点和 p 条支路的电路,共有 p 个未知的电流,可列出 $(n-1)$ 个独立的节点电流方程和 $(p-n+1)$ 个独立的回路电压方程,即总共可列出 p 个独立的方程.未知电流的数目和独立方程式的数目相同,因此基尔霍夫方程组可解,且解是唯一的,也就是说,基尔霍夫方程组原则上可以解决任何直流电路问题.

对于一个具有 n 个节点和 p 条支路的电路,可按以下步骤进行:假定各支路电流的正方向和回路的巡行方向;列节点电流方程 $(n-1)$ 个;列回路电压方程 $(p-n+1)$ 个;对 p 个方程求

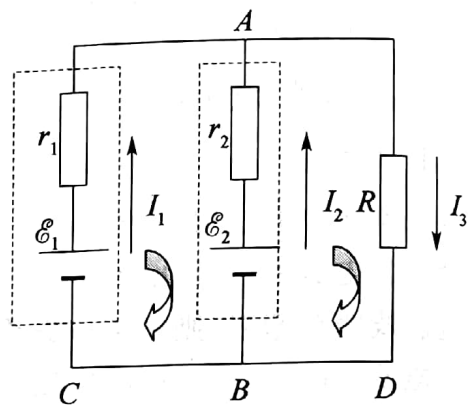


图 5-14 两电源并联的供电电路



解:根据所得电流值的正负,判断各支路电流的实际方向.

例 5.2 惠斯登电桥如图 5-15 所示,设电源电动势 $\mathcal{E}$ 为已知,电源内阻可忽略.求:(1)通过检流计的电流 I_g 与 $\mathcal{E}$ 和各臂电阻的关系;(2)电桥平衡的条件.

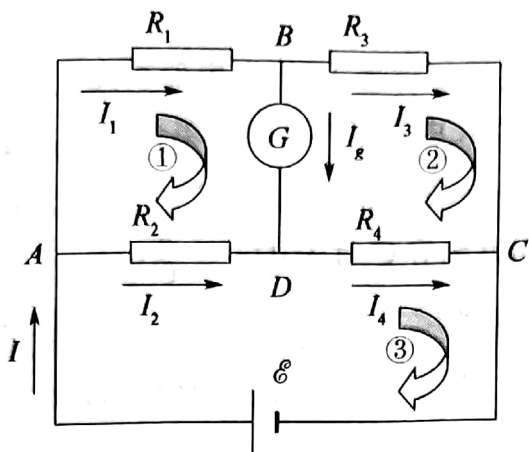


图 5-15 惠斯登电桥电路

解 (1) I_g 与 $\mathcal{E}$ 和各臂电阻的关系:

假设各支路电流 I_1 、 I_2 、 I_3 、 I_4 、 I_g 及 I 的正方向如图 5-15 所示. 节点数 $n=4$, 所以可列出 3 个节点电流方程:

$$A: I - I_1 - I_2 = 0 \quad (a)$$

$$B: I_1 - I_3 - I_g = 0 \quad (b)$$

$$C: I_3 + I_4 - I = 0 \quad (c)$$

支路数 $p=6$, 可列出 $(p-n+1)=3$ 个独立回路电压方程, 选图中 ①②③ 三个回路, 规定其巡行方向如图 5-15 中箭头所示, 列出回路电压方程:

$$\text{回路 ①: } I_1 R_1 + I_g R_g - I_2 R_2 = 0 \quad (d)$$

$$\text{回路 ②: } I_3 R_3 - I_4 R_4 - I_g R_g = 0 \quad (e)$$

$$\text{回路 ③: } I_2 R_2 + I_4 R_4 - \mathcal{E} = 0 \quad (f)$$

解方程组可得各支路电流, 在此只写出 I_g 的值:

$$I_g = \frac{(R_2 R_3 - R_1 R_4) \mathcal{E}}{R_1 R_3 (R_2 + R_4) + R_2 R_4 (R_1 + R_3) + R_g (R_1 + R_3) (R_2 + R_4)}$$

(2) 电桥平衡条件:

由上式可知, 当分子为零时, $I_g = 0$. 即检流计中无电流通过, 称这种状态为电桥达到平衡. 这时有

$$R_2 R_3 = R_1 R_4$$

这就是电桥平衡条件. 若已知式中 3 个电阻值, 就可求出未知电阻的阻值, 这就是惠斯登电桥测电阻的原理.

5.2.3 电容器的充放电

电容器具有容纳电荷储存电能的本领. 若把电容器的两个极板与电源的正负极相连时, 电容器被充电, 回路上有充电电流. 随着极板上积累的电荷增多, 极板间的电势差不断增大, 充电



电流将逐渐减少. 当极板间的电势差达到电源电动势的数值时, 电流趋于零. 反之, 若将已经充电的电容器两极板经过一电阻将其接通, 两极板上等量而异号的电荷将通过电阻而中和, 这是电容器的放电过程. 在电容器的充放电过程中, 电流和电容器的端电压都是随时间而变化的.

1. 充电过程

如图 5-16 所示, 当开关 K 连通位置 1 时, 电容器被充电, 充电电流方向如图 5-16 所示. 由基尔霍夫方程组有

$$-\mathcal{E} + iR + U_C = 0 \quad (5-48)$$

式中, 电容器两端的电压 U_C 与其电容 C 有关, $U_C = \frac{q}{C}$.

常用的平行板电容器的电容为

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} \quad (5-49)$$

S 表示板的面积, d 表示两板之间的距离.

由于单位时间内通过回路任意截面的电量等于充到电容器极板上的电量, 所以

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(CU_C)}{dt} = C \frac{dU_C}{dt}$$

代入式(5-48)得

$$\mathcal{E} = RC \frac{dU_C}{dt} + U_C$$

$$\Rightarrow \frac{dU_C}{\mathcal{E} - U_C} = \frac{dt}{RC}$$

$$\Rightarrow \ln(\mathcal{E} - U_C) = -\frac{t}{RC} + C_1$$

C_1 为积分常数. 当 $t = 0$ 时, $U_C = 0$, 代入上式可得 $C_1 = \ln \mathcal{E}$, 所以有

$$\ln(\mathcal{E} - U_C) = -\frac{t}{RC} + \ln \mathcal{E}$$

$$U_C = \mathcal{E}(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (5-50)$$

充电电流为

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (5-51)$$

由式(5-50)和式(5-51)可知, 当 $t = 0$ 时, $U_C = 0$, $i = \mathcal{E}/R$, 即开始充电时, 由于电容器两极板间没有电势差, 电源的电动势全部加在电阻上, 所以电路中电流最大. 当 $t = \infty$ 时, $U_C = \mathcal{E}$, $i = 0$, 即当充电时间足够长时, 电容器上的电势差达到最大值, 等于电源的电动势, 因此充电电流趋于零.

在电路接通后经过时间 $t = RC$ 时,

$$U_C = \mathcal{E}(1 - e^{-1}) = 0.63\mathcal{E}$$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-1} = 0.37 \frac{\mathcal{E}}{R}$$

称 RC 为电路的时间常数(time constant), 以 τ 表示. 一般用时间常数来描述暂态过程中 U_C 和 i 的变化快慢, τ 越大, 电流和电压的变化越缓慢; τ 越小, 则变化越快. 一般认为时间经过 $3 \sim 4$ 个时间常数后, 电压和电流基本上达到其最后值, 如图 5-17 所示.

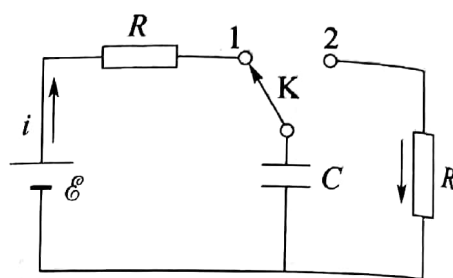


图 5-16 电容器的充放电



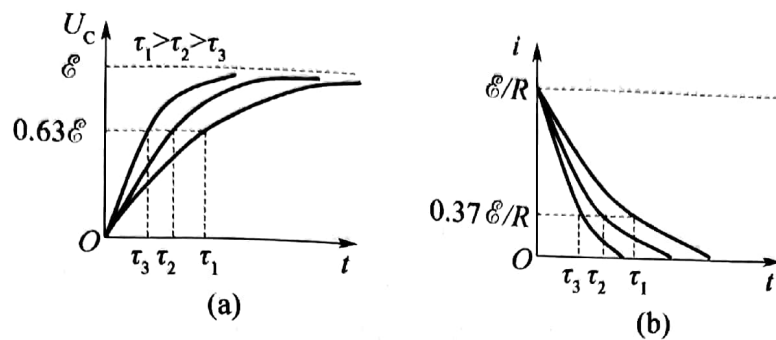


图 5-17 电容器的充电曲线

2. 放电过程

如图 5-16 所示, 先将 K 接通位置 1 使电容器充电, 再把开关转向位置 2, 电容器将通过电阻 R 放电. 在放电过程中, 电容器的端电压与放电电流 i 也都随时间而改变. 由基尔霍夫方程组:

$$iR - U_C = 0 \quad (5-52)$$

由于放电电流沿图示的方向流动时, 电容器的电量在减少, 所以有

$$i = -\frac{dq}{dt}$$

代入式(5-52), 有

$$U_C = -R \frac{dq}{dt} = -RC \frac{dU_C}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dU_C}{U_C} = -\frac{dt}{RC} \Rightarrow \ln U_C = -\frac{t}{RC} + C_2$$

C_2 为积分常数. 当 $t = 0$ 时, $U_C = E$, 代入上式可得 $C_2 = \ln E$, 所以有

$$\ln \frac{U_C}{E} = -\frac{t}{RC}$$

$$U_C = E e^{-\frac{t}{RC}} \quad (5-53)$$

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (5-54)$$

由式(5-53)和式(5-54)可知, RC 电路在放电过程中, 电容器两端的电势差 U_C 和放电电流 i 都从它们各自的最大值按指数规律衰减到零. 衰减的快慢也决定于时间常数 $\tau = RC$.

5.3 人体内的电

在医学中, 电起着重要作用, 有关人体电活动的很多现代概念可追溯到几百年以前. 1786 年, Galvani 首先在这一领域作出了贡献. 当时, 他在青蛙腿上发现了生物电. 此后有很多人对人体内外的电效应进行了广泛的实验研究.

5.3.1 神经系统和神经元

在 5.2 节, 我们把电势、电流、电阻以及电容这些概念应用于电路和仪器中. 这些概念也能



够应用于神经传导的生物现象中。

神经系统几乎在人体的每项功能中都起着主要作用。脑接受内部和外部的信息,并作出适当的反应。这种信息是以电信号的形式沿着许许多多的神经传导。这个高效率的神经系统在同一时间内能以极高的速率处理数百万个信息。

在人体中利用叫做轴突(axon)的神经纤维中的电脉冲传送信息。这些脉冲与铜质电话线中的脉冲不同,因为轴突的结构复杂,在它内部生物化学过程起着重要作用。轴突具有很高的电阻,它和它的周围环境绝缘不是很好。因此,经过一段很短的距离之后,神经脉冲就变得很微弱从而必须放大。而电话信息只是在传导了许多千米之后才需要放大。此外,神经脉冲的传导速度大约是导线中脉冲传播速度的百万分之一,后者以接近于光的速度传播。

在这里,我们集中讨论在神经中所观察到的两种电势。当神经在不受扰动或静止状态时,在轴突内部的电势比周围缝隙之间的流体的电势要低,这就是**静息电势**(resting potential);当适当刺激神经时,就有一个电脉冲沿着轴突传导,与此相关的瞬态电势称为**动作电势**(action potential)。

1. 神经细胞的构造

和其他细胞相似,有一层薄膜把神经细胞和周围隔开,这层薄膜限制物质的流动。神经系统的基本单元是神经元,如图 5-18 所示。它是专门用于电信息的接收、译码和传送的神经细胞。神经元的主要组成部分是一个细胞体,细胞体通过位于树突(dendrite)或细胞体上的被称作突触(synapse)的触点接收其他神经元的电信息。如果刺激足够强,神经元就沿着被称为轴突的纤维传出一个电信号。轴突的典型直径为 $1 \sim 20 \mu\text{m}$,而且可以相当长。例如,有一些控制肌肉的神经其细胞体就在脊椎中,其中部分轴突可延伸到足部。因此人体中的轴突可以长达 1 m。典型的树突较细较短,但是和轴突相似,它们可以有若干个分支。

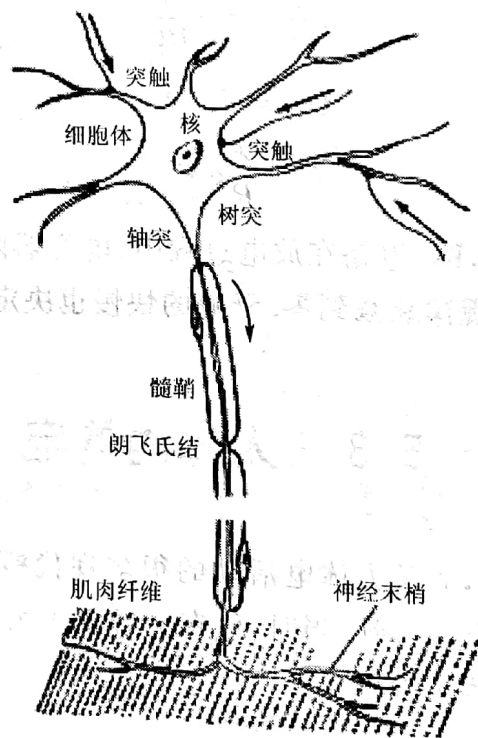


图 5-18 典型的神经(箭头表示神经脉冲的传导方向)

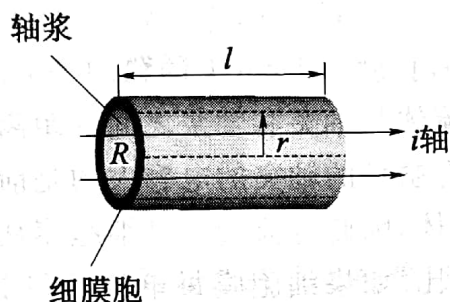
高等动物的某些轴突被施万细胞(schwann cell,施万是德国解剖学家和细胞学说创始人)包围,它们形成一个多层的髓鞘(myelin sheath),减少了细胞膜的电容并增大了它的电



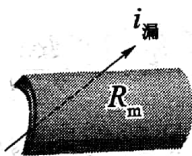
阻. 这个鞘使神经脉冲不必经过放大而能够传导得比较远, 从而减少了神经细胞所需要的新陈代谢能量, 每一个施万细胞的长度大约为 1 mm , 但是相邻的两个许旺氏细胞之间的距离大约只有 $1\text{ }\mu\text{m}$. 相继两个细胞之间的这个短间隔叫做朗飞氏结 (node of Ranvier), 在这些地方轴突和周围间隙中的流体紧密接触. 正是这些特点, 有髓鞘的神经中的神经脉冲被放大. 因此, 有髓鞘中的轴突类似于大陆之间的海底电缆, 隔一定距离就安置一个放大器以防止信号变得太弱. 与此相反, 在无髓鞘的轴突中的信号在很短的距离内就变得很微弱, 因此需要连续放大.

2. 轴突的电阻和电容

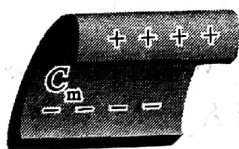
借助于一个和电缆类似的模型, 我们能够了解轴突的许多电学性质, 在这个模型当中的电缆用不良的绝缘物质做了包皮, 因此电流从许多地方泄露到四周. 更准确地说, 我们假定轴突是由圆柱面的细胞膜及其所包含的轴浆 (axoplasm) 所组成 (见图 5-19). 电流能够在这些流体中沿轴突的方向流动也能够通过细胞膜泄露出去.



(a) 对于沿着轴突传导的电流 $i_{\text{轴}}$, 导电的轴浆具有电阻 R



(b) 细胞膜上单位面积对泄漏电流 $i_{\text{漏}}$ 的电阻为 R_m



(c) 细胞膜两边能够积聚电荷, 单位面积的电容为 C_m

图 5-19

轴突的电学性质由若干个参数决定. 沿着轴突传导的电流 $i_{\text{轴}}$ 的电阻 R 正比于轴浆的电阻率 ρ_a . 细胞膜单位面积上对泄露电流 $i_{\text{漏}}$ 的电阻用 R_m 表示. 由于符号相反的电荷积聚在细胞膜的两侧, 因此细胞膜也具有电容. 单位面积上的电荷除以由它们形成的电势差就等于单位面积的电容 C_m . 根据式 (5-40), 长度为 l , 横截面积为 $S = \pi r^2$ 以及电阻率为 ρ_a 的导线的电阻为 $R = \rho_a l / S$. 利用表 5-1 所给的典型轴突的参数, 长度 $1\text{ cm} = 10^{-2}\text{ m}$ 的轴突具有的电阻为

$$R = \frac{\rho_a l}{\pi r^2} = \frac{(2\text{ }\Omega \cdot \text{m}) \times (0.01\text{ m})}{\pi (5 \times 10^{-6}\text{ m})^2} = 2.5 \times 10^8\text{ }\Omega \quad (5-55)$$

这是一个很大的电阻. 它相当于长 $44\text{ }000\text{ m}$, 直径为 0.08 mm (通常生产出来的最细的直径) 的 40 号铜导线的电阻.



表 5-1

举例所用的轴突参数数值,测得的数值和典型的轴突参数有点不同(缝隙中流体的电阻率小,可以忽略)		
参量	有髓鞘轴突	无髓鞘轴突
轴浆电阻率 ρ_a	$2 \Omega \cdot m$	$2 \Omega \cdot m$
细胞膜单位面积的电容 C_m	$5 \times 10^{-5} F \cdot m^{-2}$	$10^{-2} F \cdot m^{-2}$
细胞膜单位面积的电阻 R_m	$40 \Omega \cdot m^2$	$0.2 \Omega \cdot m$
半径 r	$5 \mu m = 5 \times 10^{-6} m$	$5 \mu m = 5 \times 10^{-6} m$

细胞膜十分薄,因此每一小部分看起来都好像是平的.这就允许我们利用平行板电容器的公式,即式(5-49).这个公式指出电容与极板的面积 S 成正比.长度为 l 的细胞膜的表面积为 $S = 2\pi rl$,由于每单位面积的电容式 C_m ,因此长度为 l 的轴突的电容为

$$C = C_m(2\pi rl) \quad (5-56)$$

利用表 5-1 的数据,半径为 $5 \mu m$,长度为 $1 cm$ 无髓鞘的轴突的电容为 $3.1 \times 10^{-9} F$.而一段类似的有髓鞘的轴突中,缝隙中的流体与轴突和轴浆之间的距离却大得多.由于把电容器中的两个极板分开时电容会减小,因此有髓鞘的轴突的电容大约是前者的二百分之一.

由于细胞膜不是理想的绝缘体,因此电荷会穿过细胞膜从轴浆泄露到缝隙间的流体中去.导体的电阻和它的横截面积成反比.如果细胞膜每单位面积上的电阻为 R_m ,那么表面积为 S 的细胞膜的电阻为 $R' = R_m/S$.对于长度为 l 的轴突,细胞膜的表面积为 $2\pi rl$,因此细胞膜的泄露电阻为

$$R' = \frac{R_m}{2\pi rl} \quad (5-57)$$

利用表 5-1 中的数值,为 $1 cm$ 的无髓鞘轴突的泄露电阻为 $R' = 6.4 \times 10^5 \Omega$,它比轴浆电阻 R 的百分之一还要小.因此流入一段轴突的大部分电流在不到 $1 cm$ 的路程上都通过细胞壁泄露出去了.

按照我们这个模型,轴浆的电阻 R 正比于这段轴突的长度 l ,而泄露电阻 R' 却正比于 $1/l$.因此存在着某一个距离 λ ,对于这个距离 R 和 R' 相等.分别利用 R 和 R' 的等式(5-56)和式(5-57), λ 必须满足

$$\frac{\rho_a \lambda}{\pi r^2} = \frac{R_m}{2\pi r \lambda}$$

或

$$\lambda = \sqrt{\frac{R_m r}{2\rho_a}} \quad (5-58)$$

这个距离 λ 叫做间隔参数(space parameter),它表示大部分电流穿过细胞膜泄露出去之前神经脉冲传播的路程.根据表 5-1 的数值算出:对于典型的无髓鞘轴突 $\lambda = 0.05 cm$;对于有髓鞘轴突为 $0.7 cm$.因此,在有髓鞘的神经中电流脉冲不经过放大能够传导得更远.

3. 离子浓度和静息电势

细胞水平的生物电现象主要有两种表现形式,这就是它们在安静时具有的静息电势和受到刺激时产生的动作电势.体内各种器官或多细胞结构所表现的多种形式的生物电现象,大都可以根据细胞水平的基本电现象来解释.在这里我们将通过神经细胞来介绍这两种电位.



首先,为了弄清楚轴突处于不受扰动即静息状态时的行为,必须讨论轴突内外的离子浓度差和电势差.图 5-20 列出静止的轴突内外的各种离子浓度 c_i 和 c_o . 在细胞膜外部能够穿过细胞膜的离子中,钠离子(Na^+)和氯离子(Cl^-)的数量比较大,而在细胞膜内部钾离子(K^+)的浓度大.通常把细胞外的流体的电势规定为零.人们发现,在轴突内部的电势比外面低了 90 mV,所以 $V_i = -90 \text{ mV}$. 我们很快会看到,从这些观察结果将得出许多重要结论.

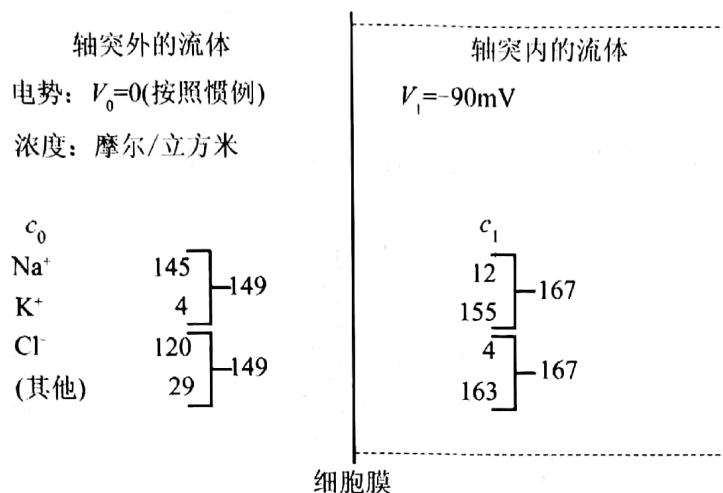


图 5-20 典型哺乳动物的轴突处于静息状态时内外离子浓度和电势

根据图 5-20,在细胞内外正离子和负离子的数目相等.然而在细胞膜的两边却存在着电势差,因此在细胞膜的每一侧必然存在着为数不多的净电荷 $\pm Q$,利用前面所求出的电容和测得的静息电势,根据 $Q = CV$ 可以算出这些电荷.计算结果表明,在细胞内部多出的负离子数目只是细胞内负离子数目的十分之一.在细胞外的缝隙中的流体亦多出等量的正离子.这些多出的离子在细胞膜两侧形成电荷薄层.

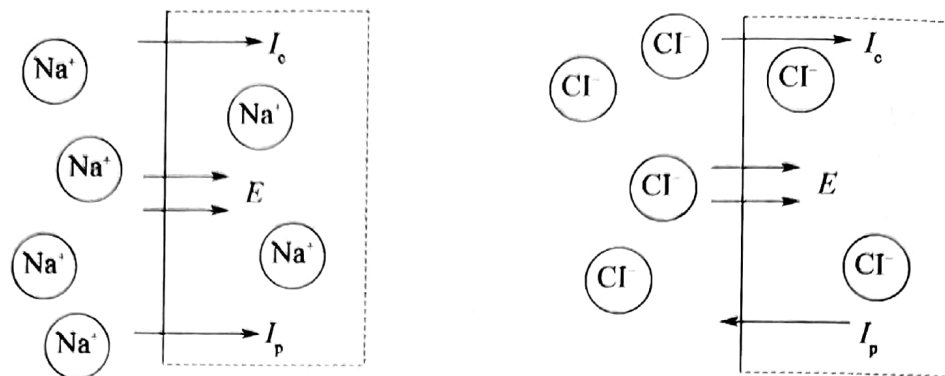
现在我们来研究由于细胞外 Na^+ 的浓度比细胞内高得多所产生的效果.由于粒子的无规则热运动,它们会从浓度较高的地方扩散到浓度比较低的地方.

细胞膜的透性是给定的分子或离子穿过细胞膜的容易程度的量度.钠离子扩散到细胞内的速率和钠离子的浓度($c_o - c_i$)以及细胞膜对 Na^+ 的透性成正比(见图 5-21).由于静息电势是负的,因此电场强度指向细胞内部.这个电场驱赶另外一些带正电的钠离子穿过细胞膜进入细胞内.但是,在细胞外钠离子保持着很高的浓度,因此,必须连续不断地把钠离子运回细胞外.钠离子的这个返回过程需要耗费代谢的能量.

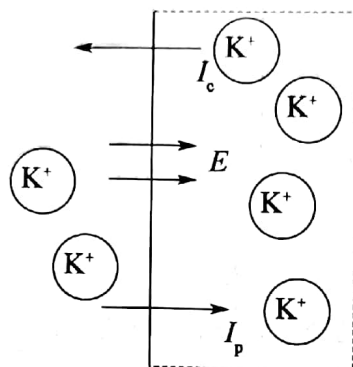
对氯离子流和钾离子流的讨论比较复杂.在细胞外面氯离子比较多,这种浓度的差别会使氯离子向细胞内扩散.同时,电场又使带负电的离子流向细胞外.与此相反,对带正电的离子而言,浓度的差别使之向外扩散,电场力使之向细胞内流动.因此氯离子和钾离子都以两个方向越过细胞流动(见图 5-21).处于静息状态的轴突内,钾离子的浓度差造成的后果超过电势差造成的后果.因此存在着钾离子向外的净流动.和钠离子的情况一样,必须有一个使钾离子返回细胞内的过程以保持细胞内外非平衡的浓度.氯离子的浓度差造成的后果完全被静息电势差造成的后果抵消,因此不存在氯离子的净流动.

能斯特(Nernst)方程:从能斯特方程可以求出某种离子的平衡电势差.这个方程是建立在把稀薄溶液中的离子当作理想气体基础上,它的推导所涉及的数学已超过本教材的深度.细胞膜两边的电势差将导致细胞膜两边离子浓度不平衡.当带电量为 q 的离子的电势能 $q(U_i - U_o)$ 等于把这个离子迁移到浓度较高处所做的功时才达到平衡.按照这个模型,这个功等于





(a) Na^+ 的两种离子流都是流入细胞内的 (b) 对 Cl^- 而言, 两种离子流完全抵消



(c) 对 K^+ 来说, I_c 略比 I_p 大, 因此有点向外流动

图 5-21 浓度差造成的离子流 I_c 和电势差造成的离子流 I_p

$k_B T \ln(c_o/c_i)$, 其中 k_B 是玻耳兹曼常数, T 为开氏温度, $\ln(c_o/c_i)$ 是浓度比值的自然对数. 因此, 如果两边的离子浓度满足方程

$$q(U_i - U_o) = k_B T \ln \frac{c_o}{c_i} \quad (5-59)$$

那么, 这种离子就处于平衡状态, 此即能斯特方程. 下面通过研究钾离子的浓度说明能斯特方程的应用.

例 5.3 试把 K^+ 的平衡电势差和观察到的静息电势 -90 mV 加以比较 (利用图 5-20 的数据并假定温度为 $37^\circ\text{C} = 310 \text{ K}$).

解 钾离子所带的电荷为 $q = e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$, $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$, 根据图 5-20, $\ln(c_o/c_i) = \ln 4/155 = -\ln 155/4$, 因此能斯特方程给出的平衡电势差为

$$U_i - U_o = \frac{k_B T}{q} \ln \frac{c_o}{c_i} = \frac{(1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1})(310 \text{ K})}{(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})} \left(-\ln \frac{155}{4} \right) = -98 \text{ mV}$$

这个结果略微比静息电势 -90 mV 大, 因此, 处在静息的轴突类, 电势差所造成的向内流动不如浓度差造成的向外流动大. 如果 $(U_i - U_o)$ 为 -98 mV , 那么这两种流动将完全抵消.

如果把能斯特方程应用于氯离子, 我们求出的平衡电势差为 -90 mV , 这和静息电势相等. 因此, 正如上面所指出的, 氯离子的两种流动相抵消. 钠离子的平衡电势差为 $+66 \text{ mV}$, 它的符号和静息电势相反. 换句话说, 如果有足够多的正电荷进入轴突使得轴突的电势极性反转了把这种情况形象化, 把浓度差看成一个能够产生同样离子流电池, 当轴突内部的电荷增加到足够多使得它们造成的轴突电势等于 66 mV 时, 那么将不存在钠的净离子流.



Na-K 泵: 由于扩散和电场力造成的流进细胞的净钠离子流和净钾离子流称为被动流,这是因为发生这种流动并不需要提供能量. 某些尚未确定的过程使 Na^+ 和 K^+ 越过细胞返回去并在细胞内外保持非平衡的离子浓度. 这种耗费能量的过程称为主动的 Na-K 运输或 Na-K 泵.

在静息状态下,轴突的膜对 K^+ 的透性大约是 Na^+ 的 100 倍. 这意味着当浓度差或电势差相等时,造成的钾离子流要比钠离子流大得多. 然而,与 Na^+ 的平衡电势相比,静息电势更接近于 K^+ 的平衡电势,因此被动的净钠离子流和钾离子流大约相等. 可以认为,每当把一个钠离子泵出细胞就把一个钾离子泵入细胞.

静息电势和内外离子浓度不平衡的建立和保持是由 Na-K 泵承担的. 如果我们假定一开始细胞内外的电势 U_i 和 U_o 都是零而且在细胞膜两侧的 Na^+ 、 K^+ 和 Cl^- 的浓度一样,那么泵的作用就看得更清楚. 在一小段时间内,Na-K 泵把一些钾离子输入到细胞内并把同样多的钠离子输送到细胞外. 由于细胞膜对 K^+ 的透性相当大,因此有些钾离子又扩散出细胞. 而由于细胞膜对 Na^+ 的透性比较小,因此扩散进入细胞的钠离子数目比较少. 这样一来,即使 Na-K 泵没有通过细胞膜输送净电荷,在细胞外也已经产生一定量的正净电荷. 这些正电荷吸引细胞内的负离子. 在细胞内唯一能够容易穿过细胞膜的负离子是 Cl^- , 因此有些氯离子迁移出细胞. 它们使细胞外过量的正离子数目减少但不完全抵消. 由于整个系统是电中性的,因此在细胞内也存在着数目相等的略微过量的负电荷. 在细胞两侧的过量电荷在细胞两边产生一个电势差. 如果 U_o 规定为零,那么 U_i 就是负的.

当泵继续工作时,在外面的 Na^+ 和 Cl^- 的浓度和在内部 K^+ 的浓度逐渐增加. 当扩散和电场力造成的被动的钠离子流和钾离子流与 Na-K 泵所造成的主动运输相抵消时,达到平衡,浓度不再变化. 由于钾离子比钠离子更容易透过细胞膜,因此平衡时的静息电势 -90 mV 更接近于 K^+ 的平衡电势 -98 mV ,而不是更接近于 Na^+ 的平衡电势 $+66 \text{ mV}$.

如果细胞膜突然变得使 Na^+ 更容易透过,那么由于进入轴突的钠离子流增大,平衡将暂时受到破坏,注意到这一点是很重要的. 进入细胞的钠离子数目增加一点点并不会使离子浓度明显改变,但却使 U_i 显著变化. 下面我们将看到,当神经受到刺激并产生动作电势时,可以确信透性存在着这种变化.

概括地说,我们所观察到的静息状态的电势和离子浓度,意味着存在着由于扩散和电场力造成的 Na^+ 进入轴突以及 K^+ 流出轴突的被动离子流. 而消耗新陈代谢能量的主动运输过程把 Na^+ 运出细胞,把 K^+ 运进细胞才使得这种不平衡性继续存在. 而细胞的电势的大小和符号主要决定于细胞膜对 K^+ 和 Na^+ 的透性比值.

4. 对弱刺激的反应

研究过轴突的静息状态,现在我们来考察它对弱刺激的反应. 由于电刺激容易控制,并且如果刺激适度,它们不会伤害细胞,因此在大多数实验中所用的刺激是电刺激. 当电刺激小于临界阈值时,轴突的反应和一个模拟的电阻电容电路的反应类似. 特别是,如果在轴突的某一点施加一个弱刺激,那么在这一点以外几毫米地方的轴突的电势并不发生显著变化. 反之,超过阈值的刺激将产生一个电流脉冲,这个脉冲无衰减地传过轴突的整个长度. 这个电流脉冲将在动作电势中讨论.

我们把轴突划分为许多小段从而划出轴突的模拟电路. 轴突周围缝隙中的流体电阻很小,可以用理想导体来表示. 每一段轴突对沿着它长度方向的电流 i_m 的电阻为 R . 细胞膜对泄漏电流脉冲 i_m 的电阻为 R' , 电容为 C [见图 5-22(a)、(b)]. 因此,若干段轴突串联和图 5-22(c)



中的电阻、电容复杂电路相类似. 图 5-22 所画的电源代表所施加的刺激.

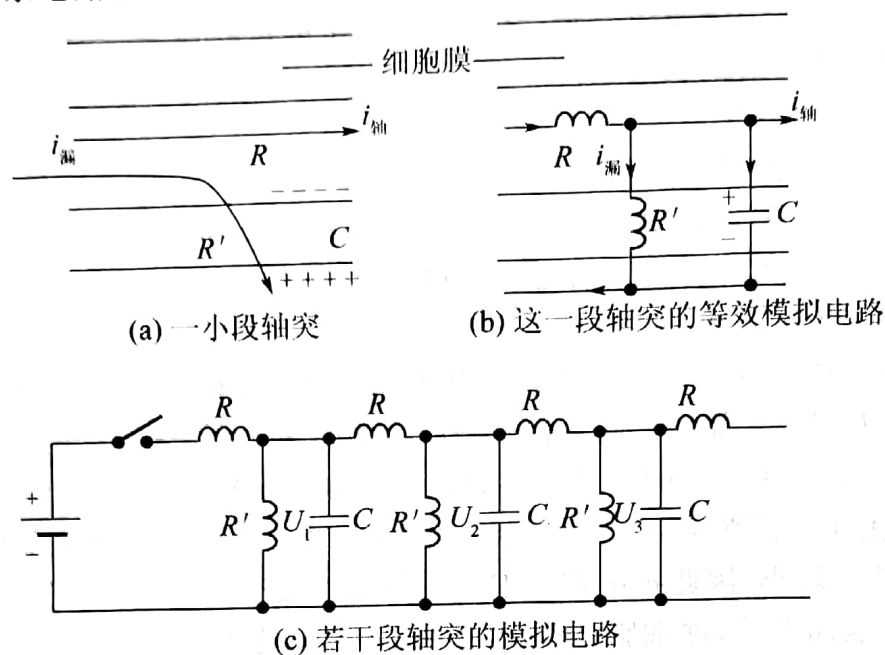


图 5-22

如果我们首先研究图 5-23(a) 中最简单的 RC 电路, 那么这个复杂的轴突模拟电路的行为就比较容易理解. 假设电容 C 上的初始电荷 q 等于零, 在 $t = 0$ 的时刻合上开关, 电荷 q 和电势差 $U = q/C$ 将逐渐增加. 正如电容器的充电中所看到的那样, 时间常数 $\tau = RC$ 决定暂态过程 q 和 U 的变化快慢.

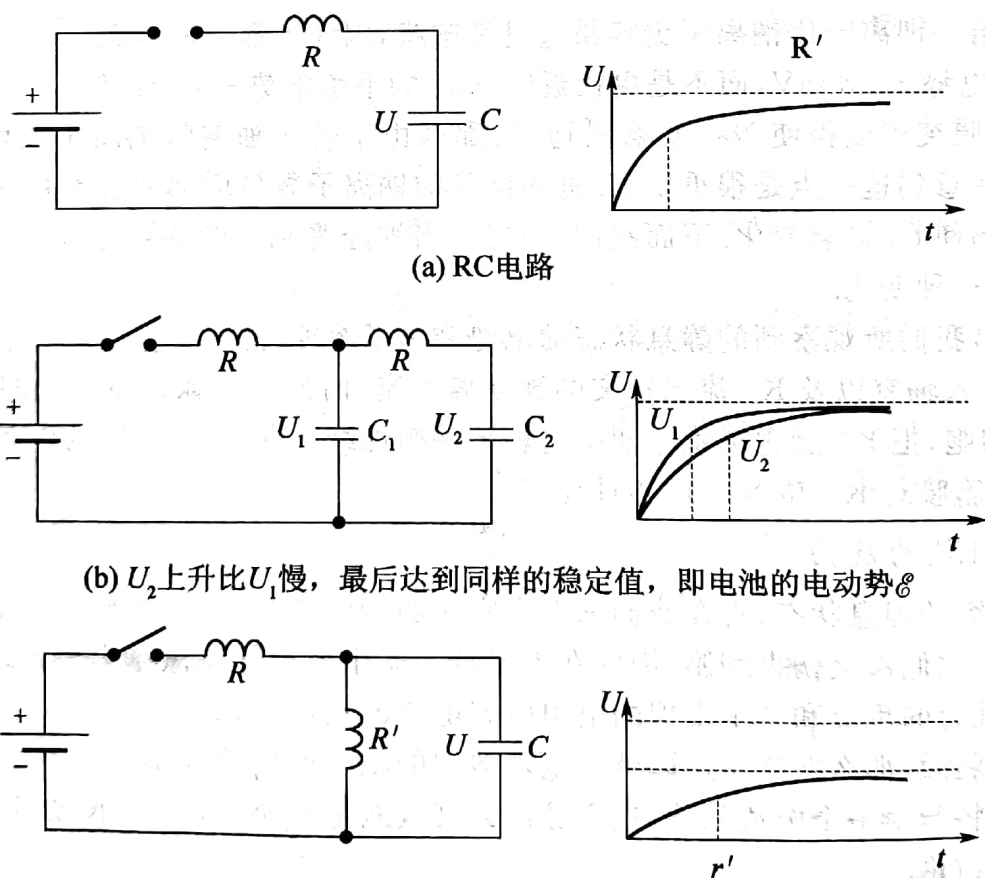


图 5-23 电路图以及电容器的电势差随时间的变化



如图 5-23(b) 所示, 当存在两个电阻和两个电容时, 充电过程就比较复杂. 由于从电池到经过 C_2 再返回电池的路径上电阻为 $2R$, 因此 C_2 两端的电势差 U_2 必然增加得比 C_1 两端的电势差 U_1 慢. 当成对增加的 RC 越来越多时, 在每一个增加的电容两端的电势差上升得越来越慢. 因此在轴突的模拟电路[见图 5-23(b)]中, U_2 的变化比 U_1 慢, U_3 比 U_2 慢, 以此类推.

泄漏电阻的影响如图 5-23(c) 所示. 在 R 和 R' 组成的导电通路中总有一定的电流, 因此 R 的两端存在相应的电压降, 电容器两端的最终电势差比电源电动势小. 当我们沿着轴突的模拟电路向右看去时, 因电流通过泄漏电阻损失掉, 所以电路中的电势差逐渐衰减.

总之, 在轴突的模拟电路中, 当合上开关或者施加一个刺激时, 电容器两端的电势差逐渐变化. 电容器离开刺激点越远, 其电势差的变化越慢, 它们的最终数值也减小(见图 5-24).

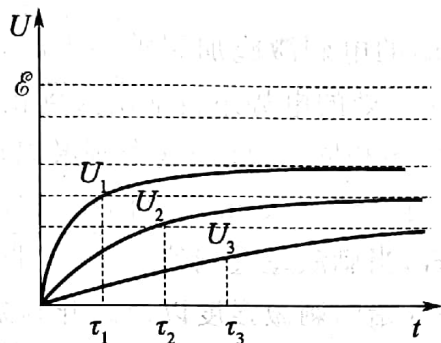
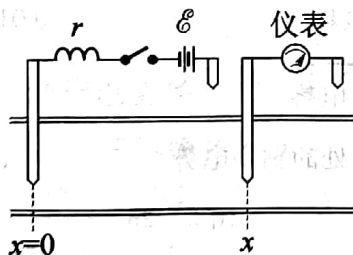
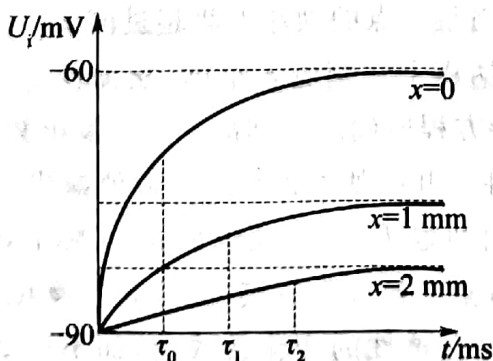


图 5-24 图 5-22(c) 中的轴突模拟电路中的电容器两端的电势差

如图 5-25 所示, 当一条无髓鞘的轴突受到微弱刺激时, 人们观察到非常相似的行为. 一根探针与电池连接并插进 $x=0$ 处, 则这一点的轴突电势 U_1 逐渐从 -90 mV 变化到 -60 mV, 该过程所需要的时间由细胞膜电容和外部串联的电阻 r 决定. 若 x 为其他数值, 电势的变化比较慢并且逼近一个处在 -90 mV 与 -60 mV 之间的数值. 和轴突模拟电路一样, 电势变化的时间反映着细胞膜上电荷变化的时间. 这个时间随着离开刺激点的距离 x 的增大而增加. 电势变化的最终数值随着 x 的增大而减小. 因此弱刺激的效果传播得比较慢并且经过几毫米之后变得可以忽略.



(a) 改变 $x=0$ 的地方的轴突电势和观察在 x 处引起的变化所用的装置. 图中的“仪表”通常是阴极射线示波器



(b) 在 $x=0, 1$ mm 及 2 mm 处轴突电势随时间的变化

图 5-25



我们已经利用轴突的模拟电路定性地预言了轴突对弱刺激的反应. 轴突的模拟电路也能够定量地预言距离刺激点为 x 处轴突电势的最终值和式(5-58)中所定义的时间常数 λ 的关系. 为此, 对穿过细胞膜的泄漏电流和沿轴突传导的电流应用欧姆定律.

如果在 $x = 0$ 处, 静息电势与最终电势之间的差为 U_d , 那么在 x 处这个差值为

$$U(x) = U_d e^{-x/\lambda} \quad (5-60)$$

如果 $\lambda = 0.05 \text{ cm}$, 即无髓鞘轴突的典型数值, 那么经过 0.05 cm 之后 $U(x)$ 减小到 $U_d e^{-1} = 0.37 U_d$, 经过 0.1 cm 之后减小到 $U_d e^{-2} = 0.135 U_d$, 等等. 对 $U(x)$ 和 x 关系的这个预言和实验数据一致.

5. 动作电势

我们已经看到, 当把一个微弱的电刺激施加到轴突上时, 其电势变化和刺激的强弱成正比. 在图 5-25 中, 如果电池使 $x = 0$ 处的电势短暂地增大到正好超过动作电位的阈值(其典型数值为 -50 mV), 那么, 情况就大不相同了. 施加这个刺激以后, 在 x 处轴突的电势突然增大并且变成正的, 对某些轴突来说, 可达到 $+50 \text{ mV}$ [见图 5-26(a)]. 然后, 电势逐渐恢复到它的静止数值. 对某一具体的轴突而言, 当刺激超过阈值时, 除了非常靠近 $x = 0$ 的地方以外, 动作电势的曲线形状和峰值大小与一开始的刺激强度以及离开刺激点的距离 x 无关. 因此, 动作电势和刺激强度不成正比. 反之, 动作电势是一种全或无的瞬态反应.

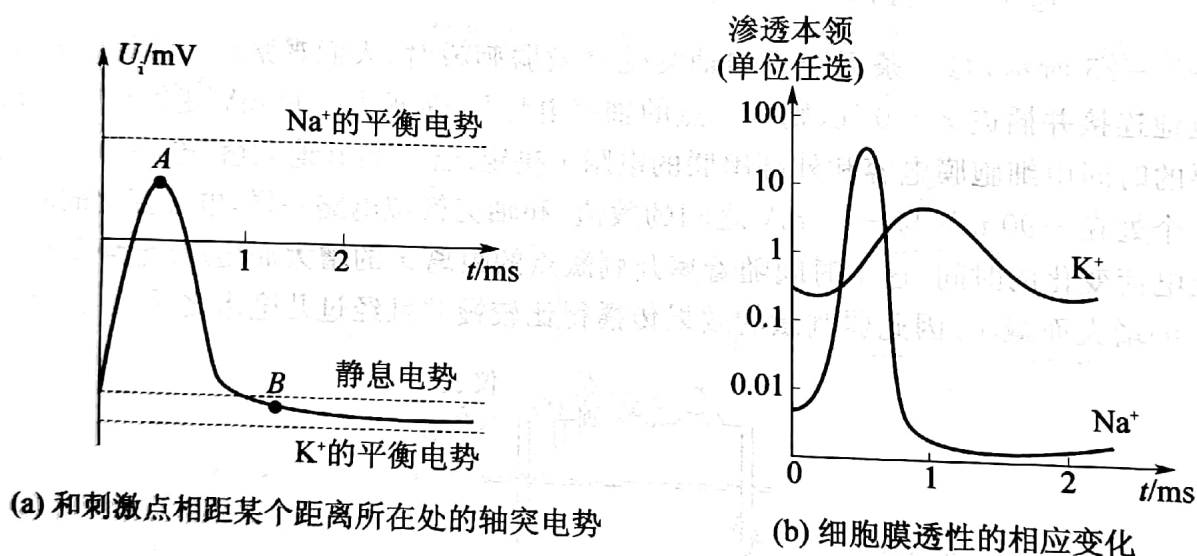


图 5-26

在无髓鞘轴突中, 与动作电势同时发生的是细胞膜对 Na^+ 和 K^+ 的透性的显著变化 [见图 5-26(b)]. 在无髓鞘轴突中, 当某一点的动作电势超过阈值时, 这个地方的 Na^+ 透性突然增加 1 000 倍以上, 造成带正电的钠离子急剧流入细胞, 从而使 U_i 的符号由负号变成正号. 大约 0.3 ms 以后, 电势接近能斯特方程所确定的钠离子的平衡电势 [见图 5-26(a) 中的 A 点], 从而使钠离子流减弱. K^+ 的透性也开始朝着正常的低数值减少. 与此同时, K^+ 的透性逐渐上升了约 30 倍. 因此, K^+ 开始流出细胞, U_i 再次变成负的. 实际上, U_i 逼近一个比静息电势还要低的数值 [见图 5-26(a) 中的 B 点], 这个数值接近 K^+ 的平衡电势. 大约经过 1 ms, 电势回到接近于静息电势的数值, 但这是 K^+ 透性的变化造成的, 而不是 Na-K 泵的结果, 后者起作用较慢. 在动作电势脉冲期间, Na^+ 和 K^+ 的浓度有点变化, Na-K 泵使它们逐渐恢复到静息状态的浓度, 这个过程大约要 50 ms.



现在来看 Na-K 泵是怎样把脉冲放大并让动作电势无衰减地传遍轴突全长的. 图 5-27 表示一段无髓鞘的轴突, 它的一段已经受到刺激, 所以 U_1 在这一点上是正的. 在细胞膜的外侧, 正离子朝这一端移动. 这就使邻近部分的细胞膜上的电荷减少, 所以在此处轴浆的电势逐渐变大并上升到动作电势的阈值. 这就引起钠离子透性增大, 导致钠离子流入细胞并在邻近部分造成动作电势. 动作电势就以这种方式沿着轴突的全长一点一点地传下去.

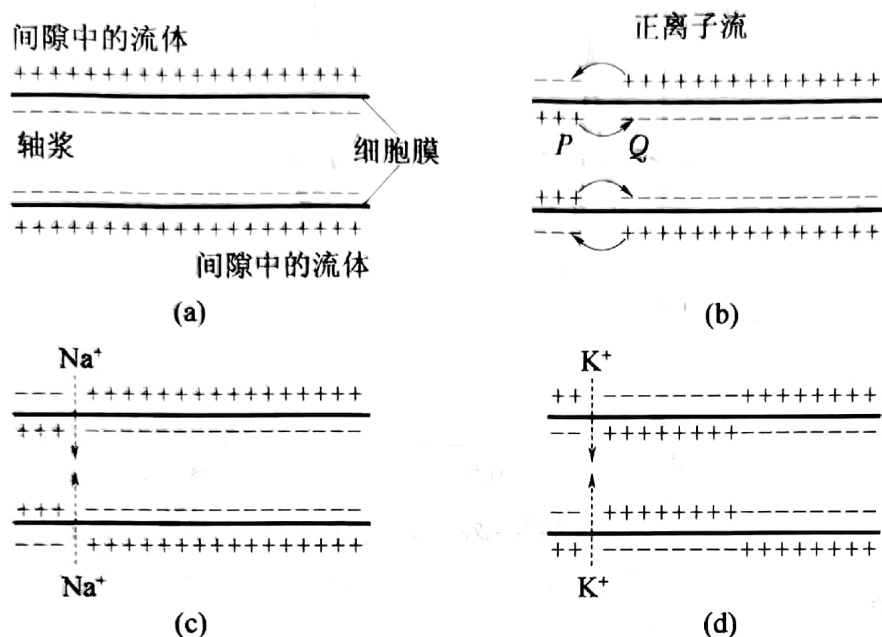


图 5-27 动作电势在无髓鞘轴突中的传导. (a) 静息状态. (b) 动作电势脉冲穿过轴突传到 P 点. 在轴突内部, 正电荷离开 P 点移向右边, 在轴突外部则从右边移到 P 点. 在邻近部分的 Q 点细胞膜两侧的电荷数量逐渐减少, 该处的电势逐渐增大, 越来越接近动作电势的阈值. (c) 一旦达到阈值, 细胞膜允许钠离子流进来(虚线画的箭头). 现在, 在这一点轴突的电势急剧上升并变成正的. (d) 动作电势脉冲沿着轴突进一步传播. 这段轴突的左边电势恢复为负值并接近静息电势. 轴突的电势之所以这样快恢复为负值是由于 K^+ 得透性增大导致钾离子流出细胞而造成的. 经过一个更长的时间见个以后, 由于主动地 Na-K 泵才使静息状态的电势和离子浓度得以恢复.

由于在轴突上某一点每一次产生动作电势的过程中都消耗了能量, 因此我们使用“放大”这个词. Na-K 泵使细胞膜两侧不断保持着静息电势以及不均衡的钠离子和钾离子浓度. 在泵运过程中, 大量的电势能被贮存在细胞膜中, 好像是把水储存在水坝之上. 当细胞膜对 Na^+ 和 K^+ 的透性增大时就产生动作电势. 透性的增大相当于把水坝的闸门打开. 由于浓度相差很大, 所以突然产生穿过细胞膜的离子流, 这些离子流导致动作电势的传播. 在这以后, Na-K 泵所起的作用和水坝上的泵类似, 为造成下一次的水流, 水泵要把水重新储存在水坝上. 和水泵一样, 与动作电势存在时间相比, Na-K 泵需要更长的时间才能把这些离子泵运回去.

5.3.2 心电知识

人体产生许多电信号以执行各种专门功能. 这些信号是一定种类的细胞电化学作用的结果. 通过有选择地测量所需信号而又不干扰人体的功能, 我们就能获得关于人体特定功能的、有用的临床资料. 心电图就是一个典型的例子.

心脏是个动力系统, 推动血液不断循环流动; 同时也是个发电器官, 产生电激动. 心脏机械



性收缩之前,心肌先发生电激动. 心肌的电激动传布全身,在身体不同部位的表面发生电位差. 通过心电图机把不断变化的电位连续描记成曲线,即心电图(electrocardiogram),如图 5-28 所示. 下面简单介绍与心电有关的物理基础知识及其测量原理.

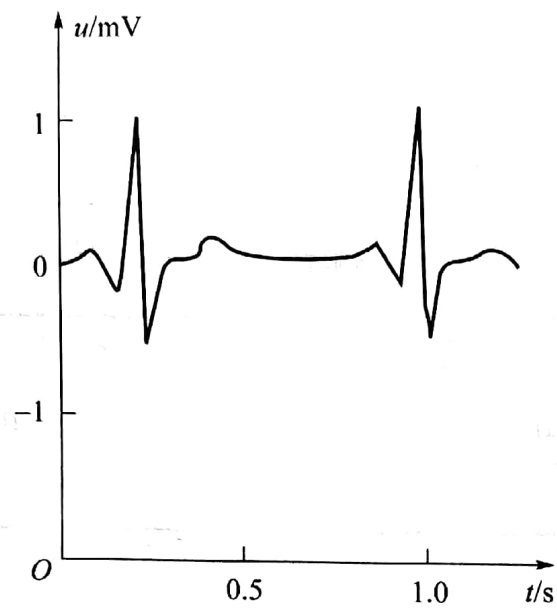


图 5-28 心电图

1. 心肌细胞

心肌细胞具有细长的形状,典型的心肌细胞长约 $100\text{ }\mu\text{m}$,宽约 $15\text{ }\mu\text{m}$,每个细胞都被一层厚度为 $8\sim 10\text{ nm}$ 的细胞膜所包围,膜内有导电的细胞内液,膜外为导电的细胞间液. 当心肌细胞处于静息状态时,在其膜内外两侧分别均匀地分布有等量的正负离子,形成一个闭合曲面电偶层. 由 5.1.4 节可分析其电势的分布特点. 如图 5-29 所示,当心肌细胞处于静息状态时:

① 将整个闭合曲面分为 abc 和 adc 两部分, abc 对闭合曲面外任意一点 P 所张立体角与 adc 对 P 点所张立体角的绝对值相等而符号相反,所以整个闭合曲面对 P 点所张立体角为零,所以 $U_P = 0$,即闭合曲面外的电势为零.

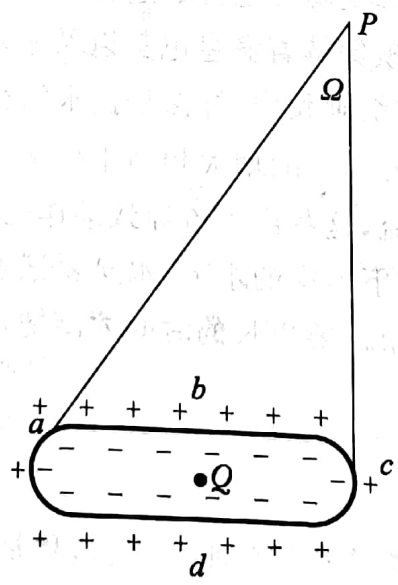


图 5-29 心肌细胞在静息状态的电势分布



② 整个闭合曲面对闭合曲面内任意一点 Q 所张立体角为 $\Omega = -4\pi$, 所以

$$U_Q = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} 4\pi\tau = -\frac{\tau}{\epsilon_0}$$

即闭合曲面内电势不为零。

2. 心电向量

由上可知, 心肌细胞在静息状态时, 在外部空间各点电势为零. 就整个细胞而言, 对外不显电性. 细胞所处的这种状态称为极化(polarized).

如图 5-30 所示, 图 5-30(a) 为心肌细胞处于静息状态. 细胞在静息状态下, 膜两侧的电荷构成了许多电偶极子, 就细胞整体而言它们的电矩互相抵消, 总电矩为零, 对外不显电性. 当心肌细胞受到刺激兴奋时, 由于细胞膜对各种离子的通透能力发生了变化, 使在兴奋处膜外的正电和膜内的负电开始逐渐消失, 如图 5-30(b) 左端所示; 以后反过来, 膜内带正电, 膜外带负电, 如图 5-30(c) 所示. 这一过程称为除极(depolarization). 除极由兴奋处开始, 沿着细胞向周围传播(图 5-30 中由左向右传播). 在除极过程中, 无论是(b) 或(c) 的状态下, 细胞的总电矩都是自左向右的, 整个心肌细胞等效于一个电偶极子, 其电矩方向和除极的传播方向一致. 除极是一个极其短暂的过程, 然后细胞又逐渐恢复到原来的内负外正的带电状态, 如图 5-30(d) 左端所示. 这一过程称为复极(repolarization). 这时, 细胞同样相当于一电偶极子, 但它的电矩方向与除极时的电矩方向相反. 当复极结束时, 整个细胞恢复到极化状态.

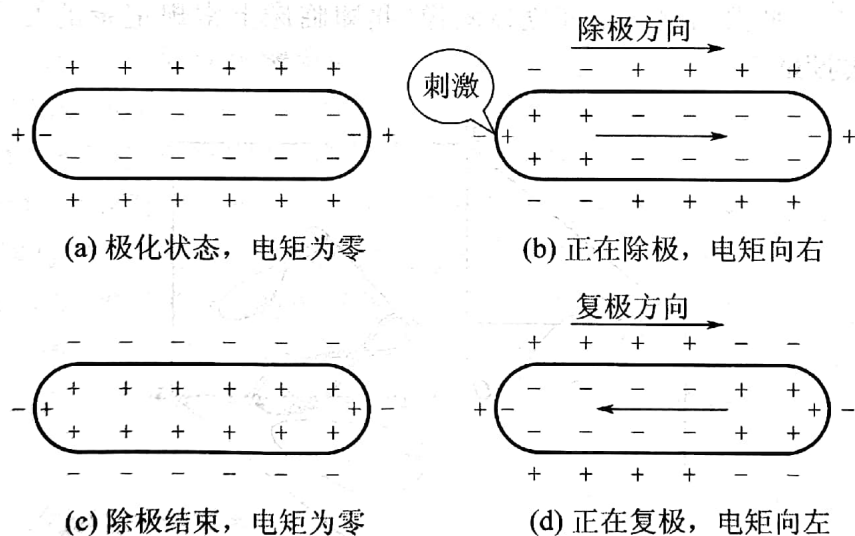


图 5-30 心肌细胞的除极和复极

由上可知, 在心肌细胞的除极和复极过程中将形成一个变化的电矩, 在其周围空间中引起电势的变化. 此电矩可以看做是单个心肌细胞的心电向量. 心脏是由大量的心肌细胞组成的, 所以一块心肌, 乃至整个心脏的除极和复极都是许多心肌细胞除极和复极的结果. 在研究心脏的电性质时, 可将它等效于一个电偶极子, 它在某时刻的电矩就是由所有心肌细胞在该时刻电矩的矢量和, 称为**瞬间综合心电向量**, 用 P 表示. P 的箭尾表示电偶中心, 箭头表示向量的方向, 箭的长短表示向量的大小, 如图 5-31 所示.

心脏是立体器官, 它产生的瞬间向量在空间朝向四面八方, 把所有瞬间综合心电向量的箭尾集合在一点, 则在整个心电周期中, 随着时间的推移, 把所有瞬间综合心电向量的箭头连接起来的环形轨迹就构成**空间心电向量环**(electrocardiovector loop), 即空间向量心电图, 参见



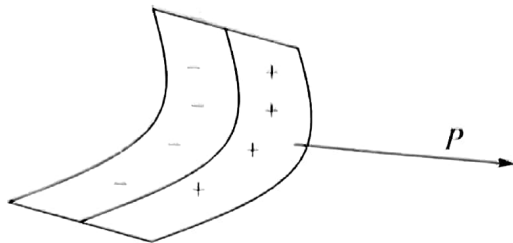


图 5-31 瞬间综合心电向量

图 5-32. 环上的箭头表示瞬间综合心电向量随时间变化的顺序.

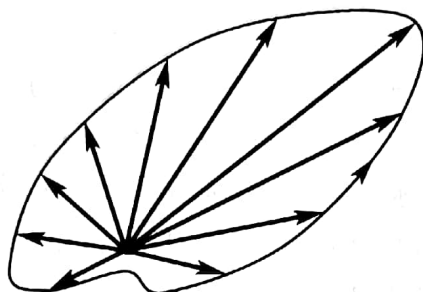


图 5-32 空间心电向量环在平面上的投影

空间心电向量环是一个立体图形,在平面纸上描绘立体图形是困难的,通常采用空间心电向量环在三个不同的互相垂直的平面的投影来观察(见图 5-33).然后把投影在每一面的形态绘成平面图,由这三个平面图组成空间立体图像.此即临床上常规记录的心电向量图.也称空间向量环的第一次投影.

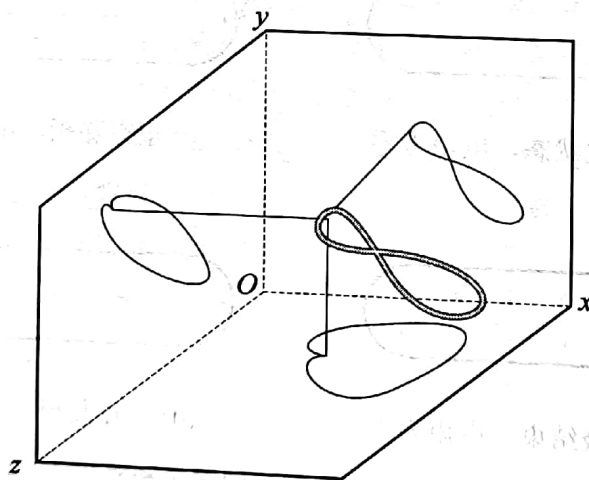


图 5-33 空间心电向量环

3. 心电图

心电向量在体表所引起的电势变化可根据式(5-29)求得

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql \cos \theta}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{P \cos \theta}{r^2}$$

式中, P 是瞬间综合心电向量的电矩大小, r 为电偶中心到探测点的距离, θ 是瞬间综合心电向量与导联轴(导联轴:电偶中心到探测点的连线)的夹角.这里使用的是真空中电偶极子电势分布的公式,未考虑机体组织的影响.对同一心电向量环在体表不同位置测得的电势波形是不同的,如图 5-34(a) 所示,当探测点在 a 处时,以导联线 oa 为 x 轴,作 oa 的垂线为 y 轴,当瞬间综合心电向量在 y 轴的左侧时,在 a 处测得的电势为负;若瞬间综合心电向量在 y 轴的右侧时,



在 a 处测得的电势为正;所以在 a 处测得的电势随时间的变化如图 5-34(b) 所示. 同理,可得 b 处测得的电势随时间的变化如图 5-34(c) 所示.

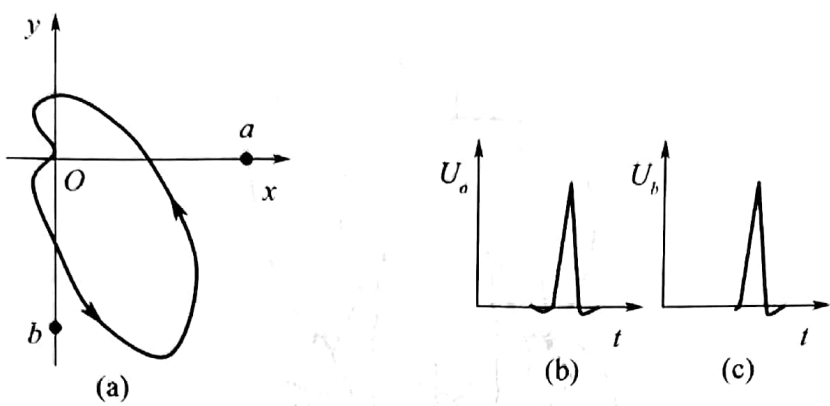


图 5-34 心电波形和向量环的关系

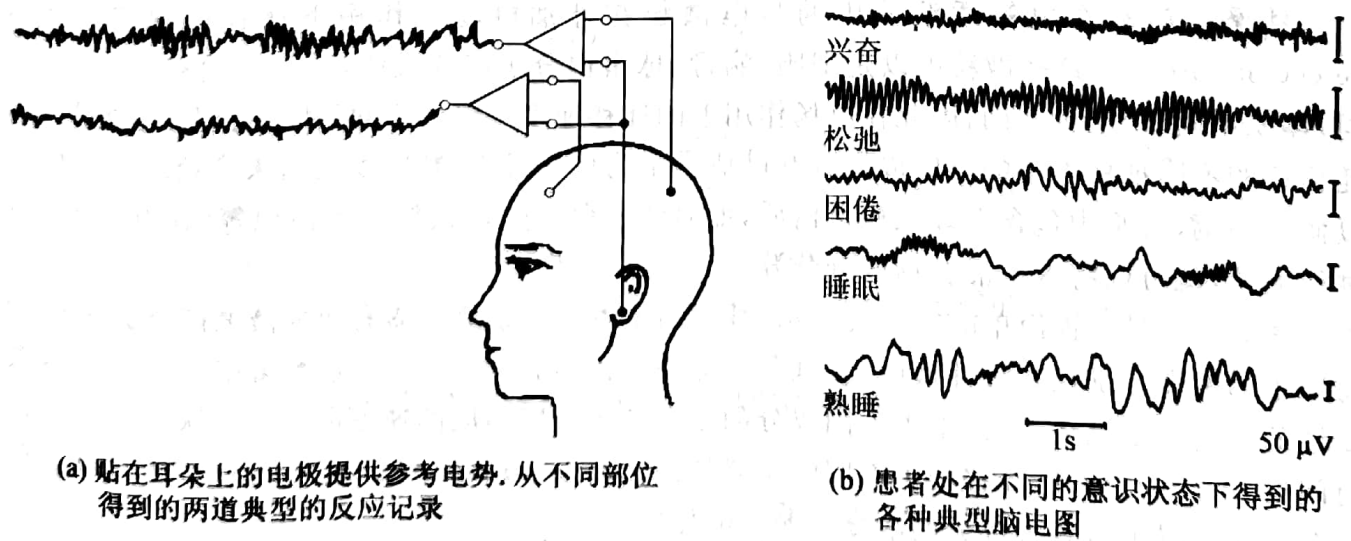
心脏除极和复极过程中产生的心电向量,通过容积导电传至身体各部分,并产生电位差,将两电极置于人体的任何两点与心电图机连接,就可描记出心电图. 这种放置电极并与心电图机连接的线路,称为心电图导联. 心电图就是平面心电向量环在各导联轴上的投影(即空间向量环的第二次投影). 心电图反映了心肌传导机能是否正常,用于心脏疾病的诊断.

4. 脑电仪和心电仪

直接观察神经脉冲需要把探针插进神经中,因此,对日常的医疗诊断分析来说这是不实用的. 幸而,贴在皮肤上的电极能够探测出微小的电信号,这些信号和身体中大范围内电学活动有关. 这就使得脑电仪(electroencephalograph, EEG) 和心电仪(electrocardiograph, EKG) 的制造成为可能. 它们分别是研究脑和心脏失调的有用设备.

由于缝隙中流体的电阻不完全为零,因此体内产生的电信号能到达表面. 如果有许多轴突同时活动,那么躯体与它们邻近部分的电势就会变化而与身体其他部分不同. 虽然在表面观察到的变化最多只有 $50\text{ }\mu\text{V}$,或者说只有整个动作电势的 0.1% ,但是可以把它们放大并记录下来.

图 5-35 表示一个脑电仪以及各种意识状态的典型脑电图. 电极放在头部的标准位置并且把信号记录下来. 偏离正常脑电图的图形能够帮助诊断癫痫、肿瘤、事故造成的脑损伤以及其他毛病.



(a) 贴在耳朵上的电极提供参考电势. 从不同部位得到的两道典型的反应记录

(b) 患者处在不同的意识状态下得到的各种典型脑电图

图 5-35 脑电仪

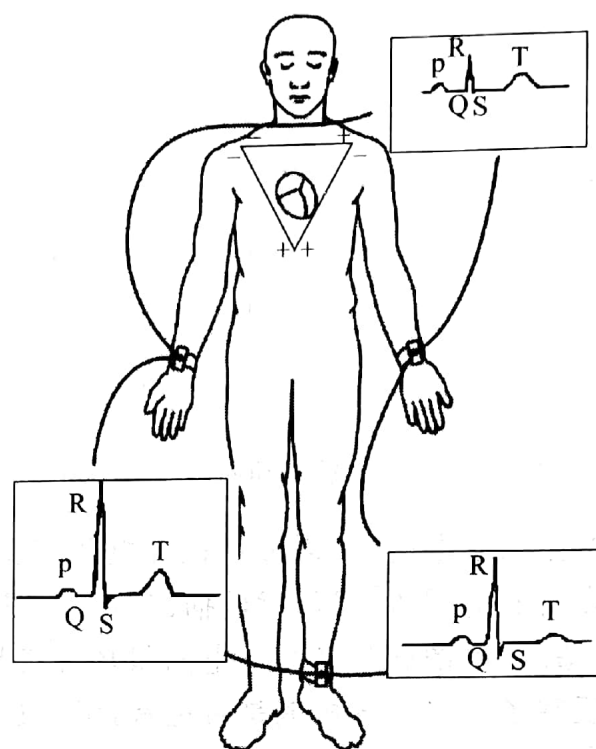


图 5-36 记录心电图所用的标准四肢引线以及从这些引线记录到的正常图形. P 峰和触发心脏循环的起始电脉冲相对应. 对于正常人从 P 到 Q 的时间间隔为 $0.12 \sim 0.20$ s, 它相当于脉动在心房(心脏上部的空腔)中的扩散. QRS 的时间持续 $0.06 \sim 0.1$ s, 它相当于脉动在心室(心脏下部的空腔)中的扩散. T 峰与每一次脉动之后心脏回到未受刺激的正常状态的恢复过程同时发生.

5.3.3 电泳

1809 年, 俄国物理学家 Pehce 首先发现了电泳现象, 但直到 1937 年瑞典的 Tiselius 建立了分离蛋白质的界面电泳(boundary electrophoresis)之后, 电泳技术才开始应用. 20 世纪六七十年代, 当滤纸、聚丙烯酰胺凝胶等介质相继引入电泳以后, 电泳技术得以迅速发展.

悬浮或溶解在电解质溶液中的带电微粒在外加电场的作用下迁移的现象叫电泳(electrophoresis). 这些微粒可以是细胞、病毒、球蛋白分子或合成的粒子. 不同粒子的质量不同, 体积不同, 带电量不同, 因此在电场作用下的迁移速度一般也不同. 利用它们在电场作用下迁移率的不同把样本中的不同成分分开已成为生物化学研究、制造以及临床检验的常用手段. 以血浆为例, 血浆中包含有好几种蛋白质, 如血清蛋白、球蛋白、纤维蛋白原等, 在电场作用下进行电泳, 就可以将这一混合物成分分开.

图 5-37 是一种简单的电泳装置示意图. 两个电极分别放在盛有缓冲液的两个烧杯内. 把滤纸条的两端分别浸入缓冲液中, 在纸条全部润湿以后, 将少量待测标本滴在纸条上. 在这条滤纸条的两端加上电势差, 标本中不同成分的带电粒子将以不同的速率沿滤纸条泳动. 经过一段时间后, 不同的成分已经移动了不同的距离从而被分开. 最后把纸条烘干, 进行染色. 根据颜色的深浅就可以求得各种成分的浓度和所占的比例.



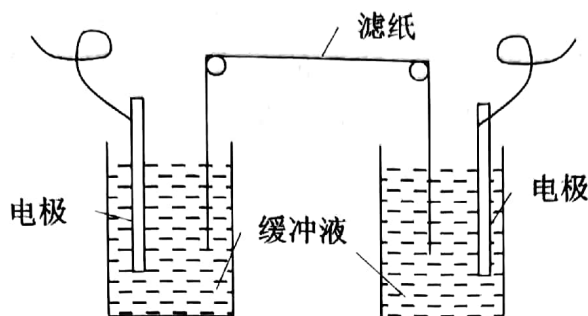


图 5-37 纸上电泳装置

5.4 电磁场与交流电

运动电荷在其周围激发的磁场,以及磁场对场中运动电荷的磁场力作用. 磁场和电场一样具有质量、动量和能量,它也是客观存在的一种特殊物质.

5.4.1 磁感应强度 磁通量

1. 磁感应强度

实验表明,若运动电荷垂直于磁场方向通过 P 点时,所受的力最大,用 $F_{\max}$ 表示.

力 $F_{\max}$ 正比于运动电荷所带的电量 q 和它的速率 v ,但比值 $F_{\max}/qv$ 在 P 点有确定的值,与 qv 的值无关,它反映了磁场在 P 点的性质,定义为 P 点的磁感应强度(magnetic induction),用 B 表示,其大小为

$$B = \frac{F_{\max}}{qv} \quad (5-61)$$

磁感应强度 B 是矢量,它的方向可用右手螺旋法则来确定. 如图 5-38 所示,由正电荷所受磁场力 F 的方向,经小于 π 的角度转向该电荷运动速度 v 的方向,则螺旋前进的方向就是该点磁感应强度 B 的方向. 在国际单位制中,磁感应强度 B 的单位是 T(特斯拉).

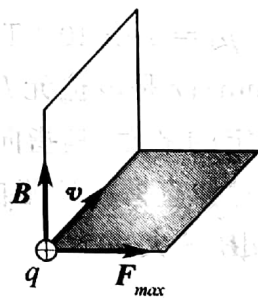


图 5-38 确定 B 的方向

2. 磁感线和磁通量

类似于电场线,为了形象地描述磁场,在磁场中作一些曲线,使曲线上每一点的切线方向和该点 B 的方向一致,称这样的曲线为磁感线(magnetic induction line). 并且规定,通过磁场中某点且垂直于 B 的单位面积的磁感线数等于该点 B 的量值. 磁感线是一些无头无尾的闭合曲线,所以称磁场为涡旋场(curl field).

把通过一给定面积的磁感线总数称为通过该曲面的磁通量(magnetic flux),用 Φ_B 表示. 曲面 S 的磁通量为

$$\Phi_B = \iint_S B \cos \theta dS = \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (5-62)$$

θ 为面元 dS 的法线方向与磁感应强度 B 之间的夹角. 在国际单位制中,磁通量的单位是 Wb(韦)



伯)。

对于闭合曲面 S , 仍规定由里向外为法线的正方向, 所以由闭合曲面穿出的磁通量为正, 进入闭合曲面的磁通量为负, 闭合曲面的总磁通量为

$$\Phi_B = \oiint_S B dS \cos \theta = \oiint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (5-63)$$

3. 磁场中的高斯定理

由于磁感线是一些无头无尾的闭合曲线, 因此穿入任一闭合曲面的磁感线数(为负)必等于穿出该曲面的磁感线数(为正), 所以通过磁场中任一闭合曲面的总磁通量为零, 即

$$\Phi_B = \oiint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (5-64)$$

这就是**磁场中的高斯定理**. 它是电磁场的一条基本规律, 对于变化的磁场仍然成立. 磁场中的高斯定理表明, 磁感线一定是无始无终的闭合曲线, 或者来自无穷远处, 伸向无穷远处.

5.4.2 电流的磁场 毕奥 - 萨伐尔定律

在讨论库仑定律和静电场时, 引进了点电荷的概念, 并根据电场强度叠加原理, 将任意带电体所产生的电场看做是许多电荷元所产生的电场叠加. 实验表明, 磁场也和电场一样遵从叠加原理, 所以可把任意形状的载流导体分成许多电流元; 而整个载流导体所产生的磁场, 就是这些电流元所产生的磁场叠加. 但是, 恒定电流总是闭合的, 不可能直接从实验得出电流元与它们所产生的磁场之间的关系.

毕奥和萨伐尔在实验工作的基础上, 在数学家拉普拉斯的帮助下, 推导出了电流元产生的磁感应强度的表达式, 称为**毕奥 - 萨伐尔定律**(Biot-Savart law): 载流回路的任一电流元 Idl 在空间任意一点 P 处所产生的磁感应强度 $d\mathbf{B}$ 为

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \times \mathbf{r}}{r^3} \quad (5-65)$$

其中, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$, 称为真空中的磁导率(permeability of vacuum); $\mathbf{r}$ 是电流元 Idl 到场点 P 的矢径, $d\mathbf{B}$ 的方向垂直于 Idl 与 $\mathbf{r}$ 所确定的平面, 其指向由右手螺旋法则确定, 即四指从 Idl 经 θ 角转向 $\mathbf{r}$ 时伸直拇指所指的方向, 如图 5-39 所示.

$d\mathbf{B}$ 的大小为

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \theta}{r^2} \quad (5-66)$$

利用叠加原理, 对式(5-66)进行积分, 即可求出任意形状的载流导线所产生的磁感应强度, 即

$$\mathbf{B} = \oint d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{Idl \times \mathbf{r}}{r^3} \quad (5-67)$$

例 5.4 求圆形载流导线在其轴线上的磁场.

如图 5-40 所示, 半径为 R 的圆形载流导线, 通以电流 I , P 为其轴线上任一点. 在圆形载流导线上任一点 A 处取一电流元 Idl , 该电流元在 P 点产生的元磁场 $d\mathbf{B}$ 位于 POA 平面内, 且与 PA 垂直, 所以 $d\mathbf{B}$ 与轴线 OP 的夹角 $\alpha = \angle PAO$. 由于轴对称性, 在通过 A 点的直径的另一端

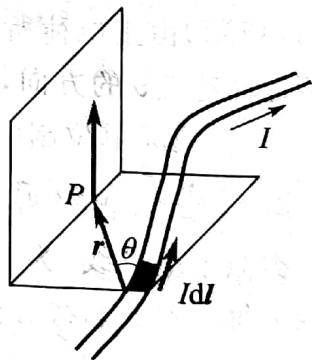


图 5-39 电流元的磁场



A' 点处, 电流元 Idl' 产生的元磁场 $d\mathbf{B}'$ 与 $d\mathbf{B}$ 对称, 合成后垂直于轴线方向的分量相互抵消. 因此, 对于整个圆形线圈而言, 总的磁感应强度将沿轴线方向, 它的大小等于各元磁场沿轴线分量 $dB \cos \alpha$ 的代数和, 即

$$B = \oint dB \cos \alpha$$

由毕奥 - 萨伐尔定律, 有

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \sin \theta$$

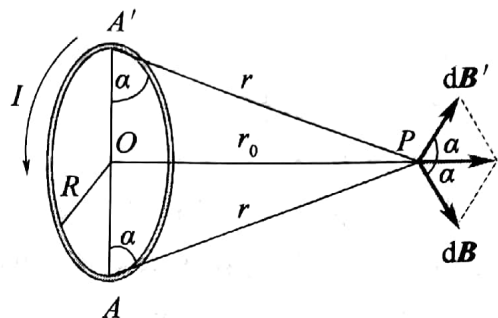


图 5-40 圆形载流线圈轴线上的磁场

对于轴上的 P 点, $\theta = \pi/2$, $\sin \theta = 1$, 令 r_0 为 P 点到圆心的距离, 则有 $r_0 = r \sin \alpha$, 所以

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r_0^2} \sin^2 \alpha$$

$$B = \oint dB \cos \alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r_0^2} \sin^2 \alpha \cos \alpha \oint dl$$

又因为

$$\cos \alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2 + r_0^2}}, \sin \alpha = \frac{r_0}{\sqrt{R^2 + r_0^2}}, \oint dl = 2\pi R_0$$

所以有

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + r_0^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{2} \frac{R^2 I}{(R^2 + r_0^2)^{3/2}} \quad (5-68)$$

当 $r_0 = 0$ 时, 即圆形载流线圈在圆心处的磁场为

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{R^2 I}{(R^2 + 0)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad (5-69)$$

当 $r_0 \gg R$ 时, 即圆形载流线圈在轴线上远处的磁场为

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{R^2 I}{r_0^3} = \frac{\mu_0 R^2 I}{2r_0^3} \quad (5-70)$$

5.4.3 磁场对运动电荷的作用

1. 洛伦兹力

利用磁感应强度 $\mathbf{B}$, 可以把以速度 $\mathbf{v}$ 运动的电荷 q 在磁场中所受到的磁场力表达为

$$\mathbf{F} = q \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (5-71)$$

称为洛伦兹力 (Lorentz force). 洛伦兹力的大小为

$$F = qvB \sin \theta \quad (5-72)$$

其中, θ 为速度 $\mathbf{v}$ 和磁场 $\mathbf{B}$ 的夹角. 洛伦兹力的方向垂直于 $\mathbf{v}$ 和 $\mathbf{B}$ 所决定的平面, 其指向按右手螺旋法则来判定: 对于正电荷, 右手四指由 $\mathbf{v}$ 经小于 π 的角度转向 $\mathbf{B}$ 时, 伸直拇指所指的方向即为洛伦兹力的方向; 对于负电荷, 洛伦兹力方向与上述方向相反, 如图 5-41 所示.

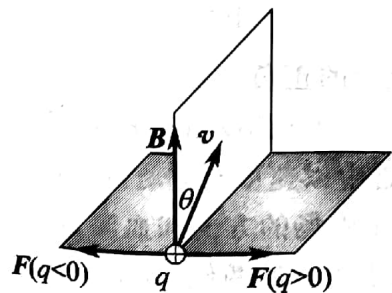


图 5-41 确定洛伦兹力的方向

在普通情况下, 当一个带电粒子在既有电场又有磁场的区域里运动时, 作用在该粒子上的电磁力为



$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

(5-73)

式(5-73)为普通情况下的洛伦兹力公式,是电磁学的基本公式之一.不论粒子的速度多大,也不论场是否恒定,此公式都适用.

洛伦兹力公式(5-73)表明,静电场对电荷的作用力与电荷的运动速度无关; $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ 始终垂直于带电粒子的运动速度,所以与磁力相联系的功恒等于零.磁力只改变带电粒子的运动方向,不改变带电粒子运动速度的大小,即不改变带电粒子的动能.

2. 洛伦兹力的应用

1) 霍耳效应.如图5-42所示,将一个导电板放在垂直于它的磁场中,当有电流通过它时,在导电板的A和A'两侧会产生一个电势差 $U_{AA'}$,这种现象称为霍耳效应(Hall effect).这是霍耳(Hall, 1855~1929)在1879年发现的.实验表明,在磁场不太强时,电势差 $U_{AA'}$ 与电流 I 和磁感应强度 B 成正比,而与导电板的厚度 d 成反比,即

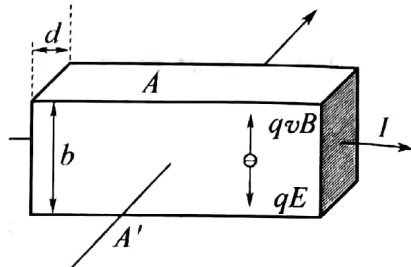


图5-42 霍耳效应

$$U_{AA'} = K \frac{IB}{d} \quad (5-74)$$

式中,比例系数 K 称为霍耳系数.

霍耳效应是由于洛伦兹力而产生的.设导体板内载流子的平均定向速率为 v ,则它们在磁场中受到的洛伦兹力为 qvB ,该力使导体内移动的电荷(载流子)发生偏转,结果在A和A'两侧分别聚集了正、负电荷,从而形成了电势差.于是,载流子又受到了一个与洛伦兹力方向相反的静电力 $qE = qU_{AA'}/b$,其中 E 为电场强度, b 为导电板的宽度,当两力平衡时达到恒定状态,即

$$qvB = q \frac{U_{AA'}}{b}$$

设载流子的浓度为 n ,则电流 $I = bdnqv$,即 $v = I/bdnq$ 代入上式可得

$$U_{AA'} = \frac{1}{nq} \frac{IB}{d}$$

即

$$K = \frac{1}{nq} \quad (5-75)$$

式(5-75)表明,霍耳系数 K 与载流子浓度 n 成反比.所以通过霍耳系数的测量,可以确定导体内载流子的浓度 n .半导体内载流子的浓度远比金属中的小,所以半导体的霍耳系数远大于金属的霍耳系数.半导体内载流子的浓度 n 受杂质、温度及其他因素的影响很大,所以霍耳效应为研究半导体载流子浓度的变化提供了重要的方法.

由式(5-75)还可看出,霍耳系数的正负反映了导体中载流子的正负.

2) 电磁流量计.如图5-43所示是一电磁流量计(electromagnetic flowmeter)的简图,是用来测量血液流速的仪器.设带有离子的血液沿直径为 D 的血管中以速度 v 运动,接通电磁线圈的电源后,在铁芯的间隙处产生了一沿 z 轴方向的磁场 $\mathbf{B}$,由于磁场的方向和血流速度方向垂直,血液中流动的正、负离子受到洛伦兹力的作用将分别聚集于血管的两侧,即沿 x 轴方向,使右侧(x 轴正向)的电势高于左侧(x 轴负向),在血液中形成电场,离子在电场中同时受到电场力和洛伦兹力的作用,当两力平衡时,有



$$qE = qvB, \quad E = \frac{U}{D}$$

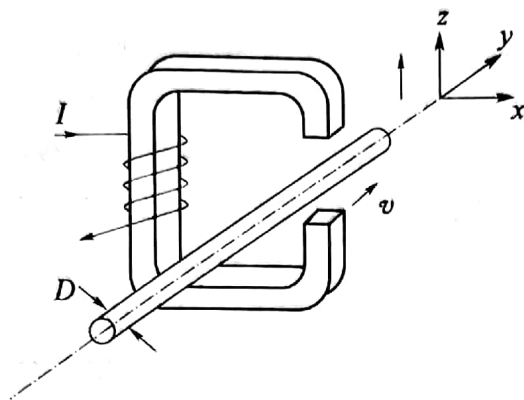


图 5-43 电磁流量计简图

U 是血管两端的电势差, 从上式可得

$$v = \frac{U}{DB} \quad (5-76)$$

利用式(5-76)即可测出血流速度 v . 电磁流量计广泛用于医学研究和临床, 是一种有创性测量血液流速的仪器.

3) 电磁泵. 电磁泵(electromagnetic pump)是利用作用在导电液体上的磁场力来运送导电液体的一种装置, 其工作原理如图 5-44 所示. 将导电液体通以电流 I , 使电流方向与磁场 B 的方向垂直, 液体受到一个沿管子方向的推力 F , 使其向前流动. 这种泵在临床上常用来输送血液或其他电解质溶液. 由于这种装置没有任何运动部件, 不会使血细胞受到损害, 且由于全封闭避免了污染, 所以在人工心肺机和人工肾的装置中常用它来运送液体.

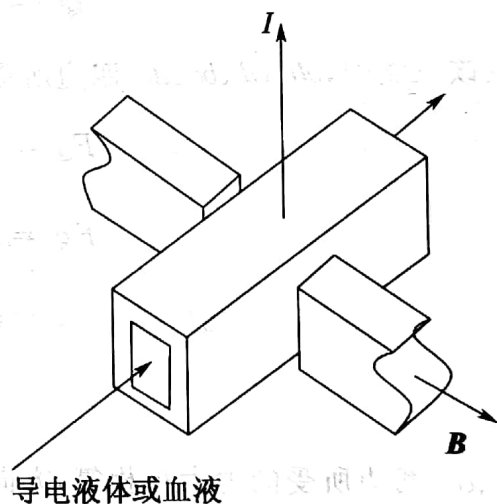


图 5-44 电磁泵

3. 安培力

由前面的分析可知, 在磁场中运动的电荷将受到洛伦兹力的作用. 在载流导线中, 电流是由自由电子的定向运动形成的. 所以, 如果将载流导线放在磁场中, 这些定向运动的自由电子将会受到洛伦兹力的作用, 在宏观上表现为导线受到了磁场的作用力.

1820 年安培由实验发现了电流之间的相互作用力, 并得出了电流元之间的相互作用定律, 即安培定律(Ampere law): 在磁场中任一点 P 处的电流元 Idl 所受到的磁场作用力 dF 可表示为

$$dF = Idl \times B \quad (5-77)$$

B 是场点 P 处的磁感应强度. dF 称为安培力(Ampere force). 安培力的方向可用右手螺旋法则确定.

利用安培定律可求一有限长载流导线在磁场中所受到的安培力, 它应等于导线上各电流元所受到的安培力的矢量和, 即



$$\mathbf{F} = \int_L d\mathbf{F} = \int_L I d\mathbf{l} \times \mathbf{B} \quad (5-78)$$

如果一个线圈的各个部分都处在一个平面上,则称它为平面线圈,通以电流即为载流平面线圈,并且规定载流平面线圈的法线方向由右手螺旋法则确定,即若用弯曲的右手四指代表线圈中电流的方向,则伸直拇指所指的方向就是载流平面线圈的法向单位矢量 $\mathbf{n}$ 。

如图 5-45 所示是一边长分别为 l_1 和 l_2 的载流矩形平面线圈,它可绕垂直于磁场的轴 OO' 自由转动,均匀磁场 $\mathbf{B}$ 与平面线圈的法向单位矢量 $\mathbf{n}$ 之间的夹角为 θ 。

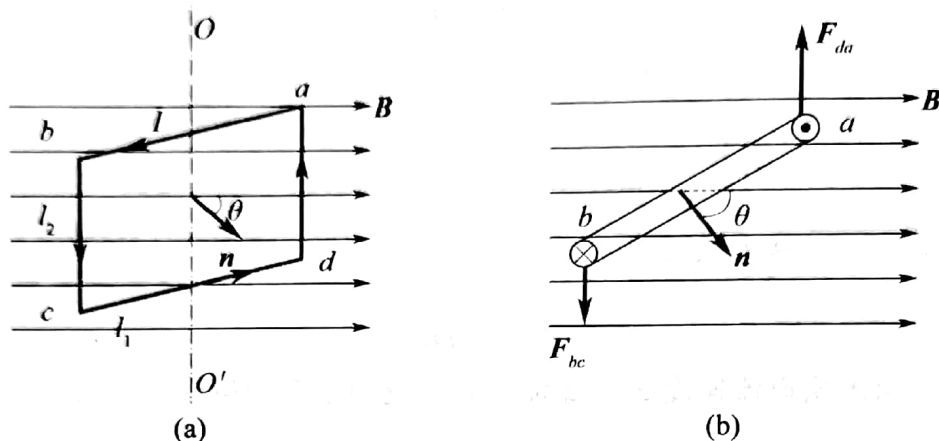


图 5-45 平面载流线圈在磁场中的受力

在该线圈中, ab 、 cd 、 bc 、 da 四边所受的安培力为

$$F_{ab} = \int_a^b I dl B \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = Il_1 B \cos \theta$$

$$F_{cd} = \int_c^d I dl B \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = Il_1 B \cos \theta$$

$$F_{da} = \int_d^a I dl B = Il_2 B$$

$$F_{bc} = \int_b^c I dl B = Il_2 B$$

ab 、 cd 两边所受的力大小相等,方向相反,作用在一条直线上,所以对刚性线圈不起作用.但是 bc 和 da 两边所受的力虽大小相等,方向相反,但不作用在一条直线上,如图 5-45 所示,所以构成了绕 OO' 轴的力偶矩.在这个力偶矩的作用下,线圈的法向 $\mathbf{n}$ 向磁场 $\mathbf{B}$ 的方向旋转.该力偶矩的两个力臂都是 $l_1 \sin \theta/2$,力矩方向一致,所以合力矩的大小为

$$M = F_{bc} \frac{l_1}{2} \sin \theta + F_{da} \frac{l_1}{2} \sin \theta = Il_2 l_1 B \sin \theta = ISB \sin \theta \quad (5-79)$$

其中, $S = l_1 l_2$ 是平面线圈的面积.令 $\mathbf{S} = S\mathbf{n}$, 式(5-79)可写成矢积形式,即

$$\mathbf{M} = I\mathbf{S} \times \mathbf{B} \quad (5-80)$$

如果是 N 匝线圈,则线圈所受到的总力矩为

$$\mathbf{M} = NIS \times \mathbf{B} \quad (5-81)$$

式(5-81)中的 NIS 是只由线圈决定的量,称为线圈的磁矩(magnetic moment),用 $\mathbf{m}$ 表示,即

$$\mathbf{m} = NIS \quad (5-82)$$

所以线圈在磁场中所受到的磁力矩为

$$\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B} \quad (5-83)$$



可以证明,式(5-83)也适用于任意形状的平面载流线圈。

综上所述,任意形状的平面载流线圈,作为整体在均匀磁场中所受到的合力为零,所以不发生平动,仅在磁力矩的作用下发生转动。而且,磁力矩总是力图使线圈的磁矩转到和外磁场一致的方向上:当 m 或 n 与 B 之间的夹角 $\theta = \pi/2$ 时,所受到的磁力矩最大;当 $\theta = 0$ 时,所受到的磁力矩为零。 m 或 n 与 B 方向相同,线圈处于平衡状态;当 $\theta = \pi$ 时,所受到的磁力矩也为零。但 m 或 n 与 B 方向相反,线圈在这一位置并不稳定,只要它略微偏离这一位置,就会在磁力矩的作用下继续偏离,直到 m 或 n 与 B 方向相同。载流线圈的这一性质和电偶极子在外电场作用下的取向很相似,所以又称载流线圈为**磁偶极子**(magnetic dipole)。

例5.5 在玻尔氢原子模型中,电子绕核作圆周运动,已知圆周半径 $R = 5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$,电子速度 $v = 7 \times 10^6 \text{ m/s}$ 。求电子在轨道中心所产生的磁感应强度 B 和电子轨道磁矩 m 。

解 电子作圆周运动时的速度 v 与半径 R 处处垂直,由式(5-69)有

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

又

$$I = ef, \quad f = \frac{v}{2\pi R}$$

其中, f 是电子作圆周运动的频率, e 为电子电量。所以有

$$B = \frac{\mu_0}{2R} \cdot \frac{ve}{2\pi R} = \frac{10^{-7} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 7 \times 10^6}{(5.3 \times 10^{-11})^2} = 39.9 \text{ T}$$

B 的方向由右手螺旋法则确定。

电子磁矩

$$m = IS = \frac{v}{2\pi R} \cdot e \cdot \pi R^2 = \frac{1}{2} veR$$

$$= \frac{1}{2} \times 7 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 5.3 \times 10^{-11}$$

$$\approx 3 \times 10^{-23} \text{ A} \cdot \text{m}^2$$

m 的方向由右手螺旋法则确定。

5.4.4 磁介质 磁场的能量

1. 磁介质

在磁场作用下发生变化,并能反过来影响磁场的物质,称为**磁介质**(magnetic medium);磁介质在磁场作用下所发生的这种变化,称为**磁化**(magnetization)。

处于磁场中的磁介质将被磁场磁化,从而产生一个附加磁场 B' 。由于附加磁场的存在,介质中的磁感应强度 B 应等于真空中的磁感应强度 B_0 与附加磁场 B' 的矢量和。为了说明磁介质被磁化后对原有磁场的影响程度,引入 μ_r 表示 B 与 B_0 大小的比值,即

$$\mu_r = \frac{B}{B_0} \quad \text{或} \quad B = \mu_r B_0 \quad (5-84)$$

μ_r 称为介质的**相对磁导率**(relative permeability),它是一个无量纲的纯数,其大小由磁介质的性质决定,真空中 $\mu_r = 1$ 。如果 $\mu_r > 1$,表明附加磁场加强了原有磁场; $\mu_r < 1$,则附加磁场削弱



了原有磁场.

在充满相对磁导率为 μ_r 的均匀磁介质中, 毕奥 - 萨伐尔定律可表示为

$$dB = \mu_r dB_0 = \frac{\mu_r \mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \theta}{r^2} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{Idl \sin \theta}{r^2} \quad (5-85)$$

其中 $\mu = \mu_r \mu_0$, μ 为介质的绝对磁导率, 简称磁导率 (permeability), 它与 μ_0 有相同的量纲. 式 (5-85) 表明, 磁感应强度 B 不仅决定于电流 I , 还与磁场中的介质有关, 式 (5-85) 可改写为

$$d\left(\frac{B}{\mu}\right) = \frac{1}{4\pi} \frac{Idl \sin \theta}{r^2}$$

令 $H = B/\mu$, 并称它为磁场强度 (magnetic field intensity), 所以

$$dH = \frac{1}{4\pi} \frac{Idl \sin \theta}{r^2} \quad (5-86)$$

式 (5-86) 表明, 当电流 I 给定后, 不论磁场中存在什么磁介质, 电流所产生的磁场强度与介质无关. 所以用磁场强度处理有磁介质时的磁场, 会使问题简化一些.

磁场强度 H 是矢量, 其方向与磁感应强度 B 的方向一致. 在国际单位制中, H 的单位是 A/m (安培每米).

磁介质可按其在磁场中的磁化情况不同分为顺磁质、抗磁质和铁磁质. 如果 $\mu_r > 1$, 表明附加磁场加强了原有磁场, 该磁介质称为顺磁质 (paramagnetism), 如锰、铬、铂、氮和氧等; $\mu_r < 1$, 则附加磁场削弱了原有磁场, 该磁介质称为抗磁质 (diamagnetism), 如铜、铋、汞等. 当 $\mu_r \gg 1$ 时 (μ_r 的数量级可达 $10^2 \sim 10^5$), 这种磁介质称为铁磁质 (ferromagnetism), 如铁、镍、钴以及这三种元素的合金, 如硅钢、镍铝、镍铜等. 铁磁质有一些特殊的性质: 铁磁质的磁感应强度和磁场强度之间不是简单的正比关系, 即它的磁导率 μ 随 H 而变化, 不是常量; 当外磁场停止作用后, 仍能保留一定的磁性; 对任何铁磁质来说, 它们各有一特定的温度, 当铁磁质的温度高于这一温度时, 铁磁性完全消失, 成为普通的顺磁质, 这一温度称为居里温度 (或居里点), 铁的居里点为 1 040 K.

2. RL 电路的暂态过程

电流或电压由一个稳态变化到另一个稳态所经历的过程称为暂态过程 (transient state process).

如图 5-46 所示电路, 当开关 K 拨向 1 时, 由于自感作用, 电流的变化将使电路中出现反抗电流增加的自感电动势, 即 $\mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt}$, 其中 L 为线圈的自感系数.

设电源的电动势为 $\mathcal{E}$, 内阻为零, 则在接通电源之后的任何瞬时, 电路中的总电动势为

$$\mathcal{E} + \mathcal{E}_L = \mathcal{E} - L \frac{di}{dt}$$

由欧姆定律有

$$\mathcal{E} - L \frac{di}{dt} = Ri \Rightarrow -\frac{di}{\frac{\mathcal{E}}{R} - i} = -\frac{R}{L} dt$$

积分得

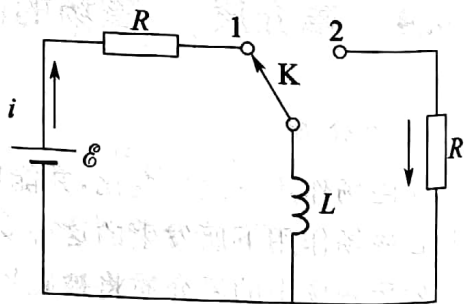


图 5-46 RL 电路



$$\ln\left(\frac{\mathcal{E}}{R} - i\right) = -\frac{R}{L}t + C$$

当 $t = 0$ 时, $i = 0$, 代入上式求得 $C = \ln(\mathcal{E}/R)$. 将 C 代入上式有

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t}) = I_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (5-87)$$

由此可见, 接通电源后经过足够长的时间, i 经过一个指数增长过程逐渐达到其恒定值 $I_0 = \mathcal{E}/R$. 式中 $\tau = L/R$, 称为电路的时间常数, 它决定电路中电流增长的快慢, 如图 5-47(a) 所示. 当 $t = \tau$ 时, 有 $i(\tau) = I_0(1 - e^{-1}) = 0.63I_0$.

当开关 K 由 1 拨向 2 时, 这时电流 i 所满足的微分方程及其解分别为

$$L \frac{di}{dt} + Ri = 0$$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-\frac{R}{L}t} = I_0e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (5-88)$$

由此可见, 切断电源后, 电流按指数规律衰减, 如图 5-47(b) 所示. 时间常数 $\tau = L/R$.

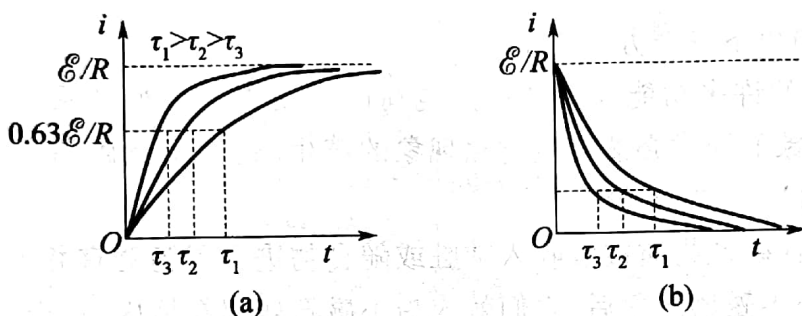


图 5-47 LR 电路的暂态过程

3. 磁场的能量

磁场和电场一样也具有能量. 如图 5-46 所示的 RL 电路中, 在开关 K 拨向 1 时, 有

$$\mathcal{E} - L \frac{di}{dt} = Ri$$

在 dt 时间内, 电源所做的功为

$$\mathcal{E}i dt = Li di + Ri^2 dt$$

$i^2 R dt$ 是电阻消耗的焦耳热, $Li di$ 是线圈在建立磁场时所消耗的功, 即磁场能 W_m . 随着电流从 0 增加到稳态值 I_0 , 磁场能也逐渐增加, 即

$$W_m = \int_0^{I_0} Li di = \frac{1}{2} LI_0^2 \quad (5-89)$$

式(5-89)表明, 线圈中的磁场能与线圈的自感系数 L 、电流 I_0 的平方成正比.

例 5.6 求长直螺线管内磁场的能量, 已知管内磁感应强度为 $B = \mu n I = \mu \frac{N}{l} I$.

解 穿过每匝线圈的磁通量为

$$\Phi_B = B \cdot s = \mu \frac{N}{l} I \cdot s$$

N 匝线圈的自感电动势为

$$\mathcal{E}_L = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -\mu \frac{N^2 s}{l} \frac{dI}{dt}, \quad \text{又 } \mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt}$$



所以线圈的自感系数 L 为

$$L = \mu \frac{N^2 s}{l} = \mu \left(\frac{N}{l} \right)^2 sl = \mu n^2 V$$

V 为长直螺线管的体积, 将上式代入式(5-89), 则长直螺线管内的磁场能为

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \mu n^2 VI^2 = \frac{1}{2\mu} B^2 V$$

单位体积内的磁场能为

$$w_m = \frac{1}{2\mu} B^2 = \frac{1}{2} \mu H^2 \quad (5-90)$$

w_m 为磁场的能量密度. 式(5-90) 也适用于一般磁场.

5.4.5 生物磁场和磁场的生物效应

1. 生物磁场

生物磁场主要由以下三个方面产生.

一个方面, 人体的许多功能和活动都是电荷的运动再通过神经系统的活动来传导的, 所以, 伴随着生物电现象的同时必然有生物磁现象的产生. 这种生物磁信号非常微弱, 心磁场约为 10^{-11} T; 脑磁场约为 10^{-12} T 等.

另一方面, 某些铁磁性物质被吸收入肺脏或随食物进入胃肠器官并沉积在里面, 当这些磁性物质被地磁场或外界磁场磁化后, 它们就成为小磁石残留在体内, 从而也在体外产生一定的生物磁场. 这种铁磁性物质对生物机体的污染, 在电焊、采矿等行业的工人中较为普遍, 其磁信号可高达 10^{-8} T.

此外, 在外界因素的刺激下, 生物机体的某些部位可产生一定的诱发电位, 同时产生一定的诱发磁场, 如 $10 \mu\text{V}$ 的诱发脑电位可引起 10^{-13} T 的诱发脑磁场, 这种诱发的磁信号也是生物磁场.

由于地球本身是一个大磁场, 其强度约为 10^{-5} T, 城市中的各种磁噪声也十分普遍, 强度可达 $10^{-8} \sim 10^{-6}$ T, 所以生物磁场的检测非常困难, 必须有高灵敏度的信号探测器和高屏蔽效率的磁屏蔽和静电屏蔽室, 以防止周围环境的噪声干扰. 目前主要以 SQUID(超传导量子干涉器件, 其灵敏度可达 10^{-15} T) 作为信号探测器, 检测人体发出的极其微弱的生物磁场信号.

1) MCG(心磁图). 1963 年, Baule 等人首先记录到人体心脏电流所产生的磁场, 称其为心磁图. 近年来, 随着对心磁图研究的不断深入, 并对照研究大量心脏病患者的心磁图和心电图的资料后, 发现对某些疾病的诊断, 用心磁图方法的灵敏度和准确度都优于心电图. 如目前德国生产的一种心磁图仪(MCG7), 通过探测心脏的磁信号来诊断冠状动脉有无缺血及其严重程度, 灵敏度高达 95% 以上. 而运动心电图的灵敏度有 50% 左右. 此外, 心磁图的优点还在于它能测出肌肉、神经等组织损伤时所产生的直流电磁场, 所以早期心肌梗死所产生的损伤电位的直流电磁场在心磁图中有反映. 因而可对早期和小范围的心肌梗死及早做出诊断.

2) MEG(脑磁图). 1968 年, Cohen 首次在头颅的枕部测到与脑电图相对应的自发脑磁图. 脑磁图是一种对人体完全无侵袭的脑功能图像探测技术, 因而对病人没有任何危险性. 脑磁图可用于手术前的脑功能性诊断, 评价病理学上的脑功能性缺陷. 对神经药理学的调查, 对肿瘤



的评估,脑外伤查定,对癫痫灶的定位,等等.脑磁图还可用于一系列的脑神经科学、精神医学和心理学方面的研究.1992年加拿大制造出第一台全头型脑磁图测量系统.

除了MCG和MEG外,还有对肺磁场、眼磁场、神经磁场和肌磁场的研究.

2. 磁场的生物效应

大量实验和临床实践表明,磁场对生命机体的活动及其生理、生化过程有一定的影响.这些影响与磁场类型、磁场强度、磁场方向以及作用时间有关.例如,小鼠处在被屏蔽的磁场中体内酶的活性将发生较大的变化,寿命显著缩短.而0.5 T的磁场对小鼠有致死作用.恒定磁场抑制组织的再生和愈合,而脉冲磁场可促进骨的愈合.交变磁场也影响其对生物机体的作用.在频率为50~20 000 Hz的脉冲磁场中,只有频率为1~24 Hz的磁场会促进血液的纤溶性,而其他频率却对血液的纤溶性起抑制作用.

现有研究表明脉冲电磁场可使血液的表现粘度降低;可抑制小鼠骨髓生成白细胞的功能;可影响大肠杆菌中某些酶的活性及代谢;改善血液流体学特性及自由基特性,并影响小鼠的学习记忆能力.

利用磁场的生物效应,目前磁场疗法已广泛应用于临床,对某些疾病如活血化瘀、消炎镇痛、安神降压、肌肉劳损、关节炎及气管炎等均有较好的疗效.

医学物理学家预测,随着磁场与磁性材料物理学的新发展,磁场将会使人们更了解脑的功能.高温超导体的新发展会导致制成一些可以长时间戴在头上以产生磁场的磁力装置,这些变化磁场可放置在某些部位,以控制佩戴者的情绪.因而,抑郁症会大大地受到这些装置的控制.磁场可能用来使人们获得愉快的感觉.磁场可使催眠术成为有效的治疗技术.

5.5 电磁波的辐射和吸收

5.5.1 辐射

从人们的共同经验中相当容易使水面上的波具体化.声波虽不可见,但容易解释,因为人们都承认纯音与波动有关.这两个例子中,媒质的质点都在作运动.相比之下,光波的传播不依赖于质点的运动,而以不可思议的巨大速率在真空中行进.光波是电磁波,它是电场和磁场的传播.

麦克斯韦于1864年以用数学的形式表达了19世纪初叶观察到的,电荷、电流对于电场和磁场的激发电场和磁场的相互激发、相互作用.这就是著名的麦克斯韦方程.麦克斯韦方程是通过把个别的、特殊的规律,推广到一般情况而建立的,推广过程包含了一些假设,其正确性被后来的科学实验所证实.如图5-48所示,连通电路中的开关,导线中产生瞬间电流,并且在极板之间产生电场.伴随着电场 E 的建立,会出现一个变化的磁场 B .麦克斯韦方程指出,变化的电场 E 和磁场 B 以光的速度在空间传播,并且光和一切形式的无线电波实际上都是电磁波.

由于电线中的交变电流产生电磁波,所以能够用一个交流发电机接在地与铅直杆(天线)之间以阐明这种传播,如图5-49所示.这种安排在各个方向都传播电磁波,图中只表示了某一个方向的电磁波.电场 E 和磁场 B 两个矢量互成直角并且同相位.电磁波是横波,它的波长可



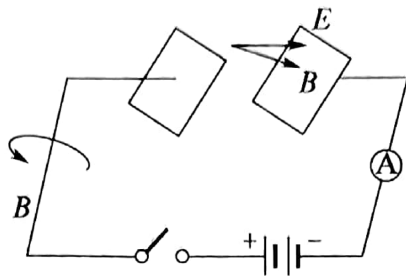


图 5-48 导线中的传导电流和一对极板间的变动电场,二者都伴有磁场

由下式求出

$$c = \nu \lambda \quad (5-91)$$

式中, c 是光速, ν 是频率, λ 是波长. 图 5-49 是一个无线电发射机的基本形式. 麦克斯韦方程正确地预言了在自由空间中, 电磁波的速度 c 为

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

式中, ϵ_0 和 μ_0 分别为自由空间的电导率和磁导率. 任何固体或气体在足够高的温度下都发射光波.

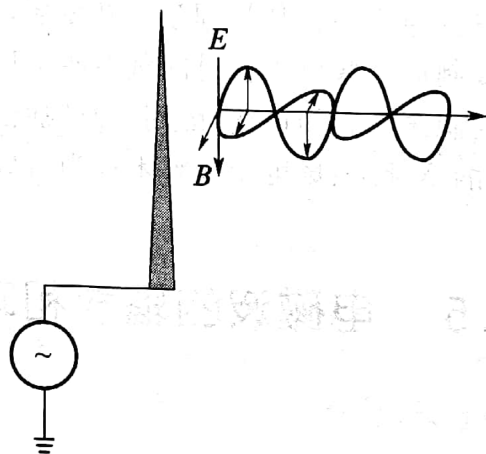


图 5-49 一根无线电天线传播的电磁波

例 5.7 既然导线中的交流电产生电磁波, 为什么频率为 60 Hz 的电流在室内电线里不能作为天线而产生无线电波呢?

解 一般室内的输电线确实也产生了电磁波, 只不过波长很长:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \times 10^8}{60} = 5 \times 10^6 \text{ m}$$

没有办法发觉这样长的波.

5.5.2 电磁波中的能流

电场有能量伴随, 磁场也有能量伴随. 变压器就是典型的例子. 因此, 电场和磁场相耦合的电磁波也应含有能量, 并且波的行进伴随着能量的流动, 能量的流动用坡印廷(poynting)矢量来表示, 定义为



$$S = \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{E} \times \mathbf{B})$$

坡印廷矢量的方向是沿着波的传播方向,它的大小等于通过垂直于波的传播方向的单位面积的传输功率.坡印廷矢量的平均值是波的强度(单位为 W/m^2).若以最大值 $E_{\text{最大}}$ 、 $B_{\text{最大}}$ 表示,则波的强度为

$$(S)_{\text{平均}} = \frac{1}{2\mu_0} E_{\text{max}} B_{\text{max}} \quad (5-92)$$

麦克斯韦的理论也求得了 E 与 B 的幅值成比例,即

$$E = cB \quad (5-93)$$

式中, c 为电磁波速.把式(5-93)代入式(5-92)得到

$$(S)_{\text{平均}} = \frac{1}{2\mu_0 c} E_{\text{max}}^2 \quad (5-94)$$

虽然电场和磁场的能量平均值是相同的,但电磁波对物质的可能测定的效果是由电场引起的.例如,人眼的反应就与电场直接有关.

例 5.8 一无线电台有一根天线如图 5-49 所示,额定输出功率为 1 kW,载波(谐振)频率为 1 450 kHz.试求从这个电台辐射到距离 50 m 处的电场的最大值.

解 电台的额定输出功率以瓦特计,于是需要求出球的表面积上的强度.

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi \times 50^2 = 3.14 \times 10^4 \text{ m}^2$$

因此平均辐射强度 $(S)_{\text{平均}}$ 为

$$(S)_{\text{平均}} = \frac{1 \times 10^3}{3.14 \times 10^4} = 3.18 \times 10^{-2} \text{ W}/\text{m}^2$$

由式(5-94)有

$$\begin{aligned} E_{\text{最大}} &= (2c\mu_0 (S)_{\text{平均}})^{\frac{1}{2}} \\ &= (2 \times 3 \times 10^8 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 3.18 \times 10^{-2})^{\frac{1}{2}} \\ &= 2.76 \text{ V}/\text{m} \end{aligned}$$

这样的计算仅适用于发射单一波长的辐射源,一个 100 W 的灯泡发射许多不同波长的辐射,多数在看不见的范围中.对于灯泡来说,一系列波的 E 矢量没有意义.

5.5.3 电磁波谱 辐射的传播

电磁波可以由种种方式产生,但在多数情况下,波源是一个作加速运动的带电粒子.例如,空气中的火花放电,同时产生可见光和无线电波,既能看见闪电,同时在收音机中发出一阵静电声,但是对于一个有竖直天线的无线电台,如图 5-49 所示,地与天线之间通有交变电流,就能够产生单一频率的电磁波.

对于任何波动,速度等于频率和波长的乘积;对于电磁辐射, $\lambda = c/\nu$, 式中 λ 是波长, ν 是频率.长度单位纳米(nm)(1 nm = 10^{-9} m),通常用于度量波长.其他量度波长的单位还有 μm (1 μm = 10^{-6} m).

虽然无线电收音机的结构与人眼大不相同,但二者都是电磁波接收器.电磁波辐射的频率范围约为 $10 \sim 10^{24}$ Hz,其中人眼所能感觉到的频率仅仅在一个狭窄的波段中,大约为 $4.3 \sim$



7.5×10^{14} Hz, 相当于 $400 \sim 700$ nm 的波长. 图 5-50 列出了电磁波谱的各个不同波段的名称.

电磁波的能量与它的频率成正比. 在电磁振荡的低频范围中(如频率为 60 Hz 的室内电路), 只辐射很少的能量. 随着频率的升高, 辐射器(或接收器)的尺寸逐步变小, 在微波范围内元件的制造达到了实际可行的下限, 其波长为若干厘米或毫米. 更高的频率是由分子和原子产生的. 在可见光、紫外线和 X 射线区域, 辐射是在原子内部产生的.

电磁辐射于 1890 年首先用于通信, 工程师马可尼发明了发射机和接收机. 这种装置叫做“无线电”. 因为它不同于电报, 它不需要电线. 早期无线电报信号只有简单的通断号码, 叫做摩氏电报码, 接收时能够译出电码. 从此以后, 与海上船只的直接通信就变为可能了.

无线电发射机一般有一个单一的频率, 叫做载频, 用来发射它的主要功率. 接收机也以相同的方式设计, 但也时常能够在一个有限的频率范围中调谐(见例 5.9). 这些载频在种种不同的通信方式中, 从无线电话到雷达, 各有不同的数值(见图 5-50), 但是它们都比声频高得多. 为了保证长距离传播而不消耗过多的功率, 采用高载频是必需的.

10^{24}	10^{21}	10^{18}	10^{15}	10^{12}	10^9	10^6	10^3	1	频率(Hz)
宇宙射线	Y射线	X射线	紫外	红外	雷达波	无线电波			

图 5-50 电磁波谱

例 5.9 (1) 一个调幅式的接收机的度盘从 $550 \sim 1\,550$ kHz. 试计算一调幅无线电台对这波段的极限波长. (2) 一个调频接收机的度盘范围为 $88 \sim 108$ MHz, 试计算一调频无线电台采用的极限波长.

解 (1) 对于调幅无线电台; 有

$$\lambda_{\text{最大}} = \frac{c}{\nu_{\text{最小}}} = \frac{3.0 \times 10^8}{550 \times 10^3} = 545 \text{ m}$$

$$\lambda_{\text{最小}} = \frac{c}{\nu_{\text{最大}}} = \frac{3.0 \times 10^8}{1\,550 \times 10^3} = 193 \text{ m}$$

(2) 对于调频电台,

$$\lambda_{\text{最大}} = \frac{c}{\nu_{\text{最小}}} = \frac{3.0 \times 10^8}{88 \times 10^6} = 3.4 \text{ m}$$

$$\lambda_{\text{最小}} = \frac{C}{\nu_{\text{最大}}} = \frac{3.0 \times 10^8}{108 \times 10^6} = 2.78 \text{ m}$$

假若接收到了一个从远方无线电台发来的稳恒电磁波, 但是收到的能量很微弱, 而没有有用的信息; 要传播信息, 载波的幅值或频率必须调制. 在调幅中(AM), 使频率不变的载波改变幅值. 简单的例子是无线电报, 发出或不发出电波, 传播一系列“点”和“划”(—), 依照摩氏电码(见图 5-51)代表字母和数字. 较高级的调幅, 能够使幅值随声波变化(见图 5-52), 接收机将这样解调, 使传播复波的包迹激动扬声器. 在频率调制中(FM), 使等幅载波依照声音信号改变频率(见图 5-53).

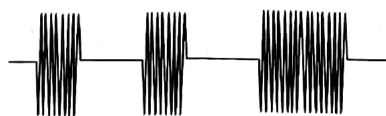


图 5-51 摩氏电码中代表字母 U(··—) 的电磁波的调幅



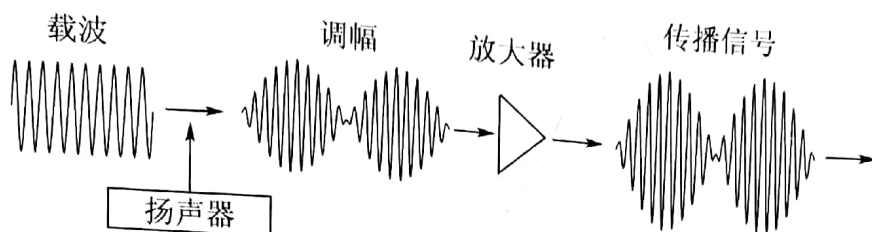


图 5-52 调幅式(AM)无线电发射示意图

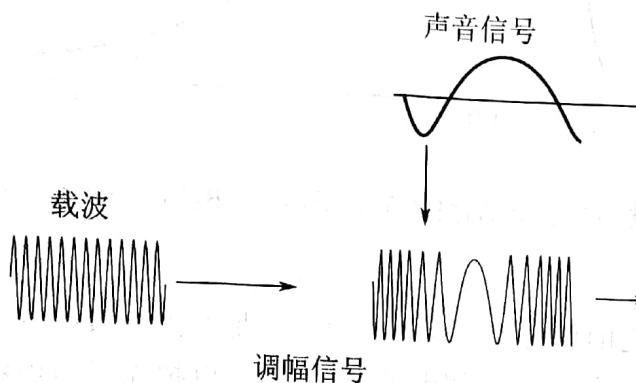


图 5-53 调频(FM)无线电信号示意图

5.5.4 黑体辐射 从人体发出的辐射

黑体辐射是指理想黑体发出的辐射。理想黑体是指受热固体能够把任何投射到它上面的电磁波完全吸收。尤其是，电磁波进入一个固体的盲孔或腔，在它内部的腔壁上往复反射，直到完全被吸收，所以把它用作黑体辐射的标准。对于黑体，整个辐射与所用的材料无关，它仅仅与绝对温度 T 有关。写成方程式为

$$R_b = \sigma T^4 \quad (5-95)$$

式中， R_b 是强度，单位为 W/m^2 。 σ 是一个普适常量，其值为 $5.67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ 。图 5-54 是黑体每单位波长间隔的辐射强度(实线)与波长的关系。该曲线叫做发射谱， R_b 的值是总的辐射强度，等于曲线下方的面积。

来自某热体表面的辐射取决于材料，根据公式

$$R = \epsilon \sigma T^4 \quad (5-96)$$

式中， ϵ 是该物质的辐射率。对于钨丝灯泡的灯丝， ϵ 的值为 0.3，在 $T = 2900 \text{ K}$ 时的发射谱如图 5-54 所示(见图中的虚线)。黑体发射的峰值波长与它的绝对温度有关。根据

$$\lambda_{\text{最大}} T = 2898 \mu\text{m} \cdot \text{K} \quad (5-97)$$

可知，峰值波长随温度的升高而减小。方程式(5-97)叫做维恩(Wien)位移定律。它表示随着白炽体温度逐渐升高，它的颜色逐渐从红色变成蓝色；因此对于熔融金属用“白热”这个名称。太阳可以看做是黑体，它的表面温度为 6000 K ，从式(5-97)可以算出它的峰值波长 $\lambda_{\text{最大}} = 500 \text{ nm}$ 。

式(5-95)、式(5-96)和式(5-97)首先是由实验测定的，但是黑体辐射是普朗克于 1900 年用理论阐明的。为了推导一个具有发射谱(见图 5-54)形状的公式，普朗克假设腔的原子是一份一份地发射和吸收电磁能量



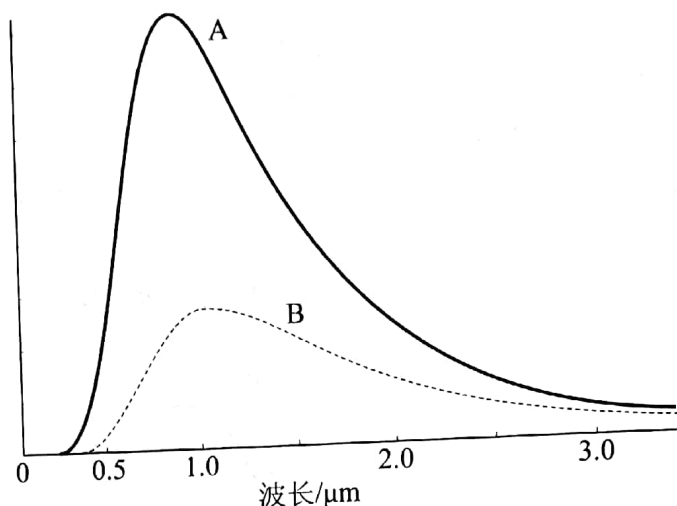


图 5-54 黑体辐射谱 A, 黑体在 2 900 K. B: 钨丝在 2 900 K, $\epsilon = 0.3$

$$E = h\nu$$

(5-98)

式中, h 叫做普朗克常量, 它的值为 $6.63 \times 10^{-34} \text{ J/s}$; ν 是发出辐射的频率. 普朗克把这些能量量子叫做光子. 虽然 $\nu = c/\lambda$, 但是对于一切电磁辐射, 都可以把光子当做粒子来看待.

例 5.10 一般人的皮肤温度为 310 K, 辐射率为 0.97. 试求在室温为 21 °C 的房间里, 人体的净辐射功率.

解 公式(5-96) 既可用于黑体辐射, 又可用于黑体吸收. 因此人体接收 21 °C 的房间辐射, 同时又以 37 °C 的体温向周围辐射. 净辐射为 $R_{\text{净}} = \epsilon \sigma [(310)^4 - (294)^4] = 0.97 \times 5.67 \times 10^{-6} (92.35 - 74.71) \times 10^3 = 97 \text{ W/m}^2$. 对于一个身体表面积为 1.7 m^2 的人, 净辐射功率为 $P = 97 \times 1.7 = 165 \text{ W}$.

人体皮肤很接近理想黑体. 这意味着投射到身体上的辐射能够完全被吸收, 并且与色素无关. 由于黑体辐射频谱(见图 5-54) 在长波的一侧缓慢地以指数方式递减, 人体在频谱的红外区域发射辐射. 从公式(5-97) 算出的峰值波长在 $9.35 \mu\text{m}$ 处.

5.5.5 温室效应

温室是很有趣的游览地点, 它通常很亮, 充满色彩, 纵然没有给温室供热, 温室内也很温暖, 由于它是用玻璃制成的, 太阳辐射可以射入室内. 大多数从太阳射来的红外和紫外辐射都被地球的大气吸收了. 图 5-55 表示以微米为单位的穿过玻璃的光波($1 \mu\text{m}$ 等于 1000 nm). 注意, 可见光和红外线可穿透玻璃, 但是大于 $3.6 \mu\text{m}$ 的波长不能穿过玻璃, 因此透射到植物上的光几乎都是可见光区域. 由于植物必然存在电磁辐射, 它们的发射光谱相当于黑体辐射(见图 5-54), 所以它的峰值波长由公式(5-97) 决定. 快速计算显示, 假设有一个温度为 27 °C 的植物, 它把入射能重新辐射出去时的峰值波长为 $9.6 \mu\text{m}$. 若把植物当做黑体, 则吸收可见光, 而发射红外线. 图 5-55 表示玻璃不传递 $9.6 \mu\text{m}$ 的辐射, 所以植物给出的热能被留在温室内. 这种情景叫做温室效应.

这个温室效应也出现在土地与大气之间. 那些波长比从太阳接收的还长的辐射将被捕获, 这大半决定于土地表面的温度. 这种效应因空气的污染而增强, 因它使较多的长波辐射被留在地球的大气中. 就全球范围来说, 空气污染将导致平均气温的升高, 并因此使地球两极的冰溶



解,这将使海洋的水平面升高,从而使沿海都市被海水吞没.

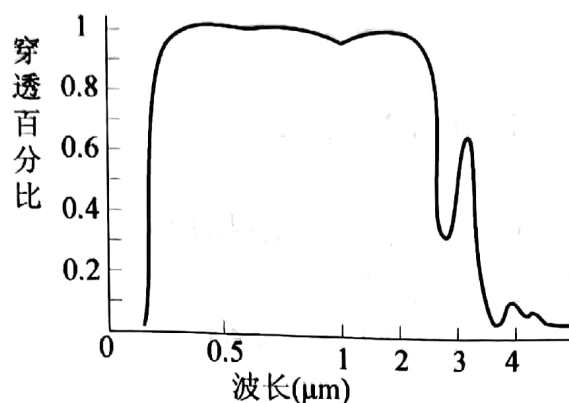


图 5-55 普通窗玻璃的光线穿透

例 5.11 日光进入温室,把室内温度升高到 300 K,射入的光线的峰值波长为 500 nm,问植物发出的辐射的峰值波长是多长?

解 用维恩位移定律,即公式(5-97),可以得到

$$\lambda_{\text{最大}} = \frac{2898}{T} = \frac{2898}{300} = 9.6 \mu\text{m}$$

注意,图 5-55 表示大于 $3.6 \mu\text{m}$ 的波长不能穿透玻璃.因此辐射被留在温室内.夏天必须给温室通风以防止过热.

5.5.6 生物的红外辐射

地球最重要的辐射源是太阳,太阳辐射的 60% 是红外线.水是很好的辐射吸收器,只 $0.78 \sim 1.4 \mu\text{m}$ 、 $2.1 \sim 2.3 \mu\text{m}$ 和更长的波长可以通过水,所以由于水蒸气和 CO_2 的吸收,限制了穿透大气的红外辐射的强度.并且由于原生质含有水分,红外辐射在动物体表面就被吸收了,只有一部分辐射波段穿透到血管,波长为 $1.2 \mu\text{m}$ 的辐射能透入人体内约 3 mm 处.

在医学治疗中,红外辐射可使得外周血管扩张,从而解除扭伤、关节炎、肌肉痛等疼痛.红外辐射源可以是电热丝或炭棒制成的不发亮的物体.白炽灯泡在近红外范围里有相当强的辐射,因此可用来刺激较深组织中的血液循环.

例 5.12 试比较波长为 0.15 nm 的 X 射线光子的能量 E_1 与波长为 $4 \mu\text{m}$ 的红外光子能量 E_2 .

解

$$E_1 = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.5 \times 10^{-10}} = 13.2 \times 10^{-16} \text{ J}$$

$$E_2 = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{4 \times 10^{-6}} = 4.96 \times 10^{-20} \text{ J}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = 2.66 \times 10^4$$

人的皮肤平均温度为 33°C .室温在 21°C 左右时,人体发出的辐射能多于所接受的辐射能.净辐射能为 $R_b = \epsilon\sigma(T - T_r)$,式中 T 是皮肤温度(绝对温度标), T_r 是室温.用红外线扫描能够根据皮肤温度的差异拍到一个人的图像.这种图像叫做热像图,它在临床诊断上很有用

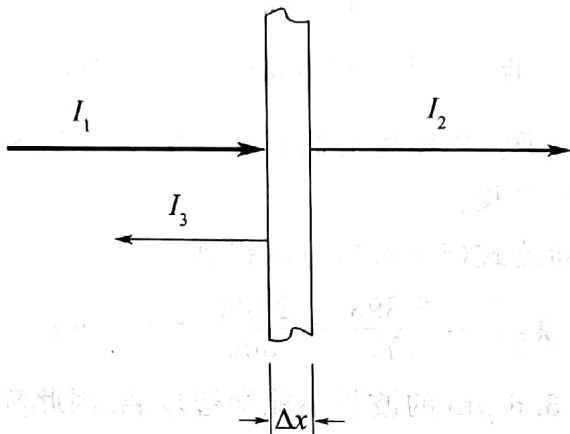


处,因为隐蔽的肿瘤和癌在人体表面上形成“热点”,这些点的温度较其他皮肤的温度高出1~2℃.这些温度的差异在“热像图”上能够显示出来.

5.5.7 辐射的吸收 吸收分光光度计

图5-56代表厚度为 Δx 的吸收材料薄片对辐射的吸收.假设辐射强度的变化 $\Delta I = I_2 - I_1$ 与入射光的强度以及样品的厚度成正比,则

$$\Delta I = -\alpha I \Delta x \tag{5-99}$$



I_1 -入射光强; I_2 -透射光强; I_3 -反射光强

图5-56 厚 Δx 的薄层材料对辐射的吸收

式中的负号表示强度随 Δx 的增大而减小, α 是比例系数.所以,透过厚度为 x 的样品后,辐射强度 I_x 如变为

$$I_x = I_0 e^{-\alpha x} \tag{5-100}$$

式中, α 叫做吸收系数. α 取决于给定的材料以及入射光的波长.玻璃对可见光的吸收系数很小.可见光几乎百分之百地透过玻璃.但是玻璃对于紫外光,吸收系数很大.波长小于 $0.3\ \mu\text{m}$ 的光,几乎百分之百被玻璃吸收(见图5-55).

多数生物化合物,如蛋白质、脂肪、碳水化合物和核酸,会吸收可见光、紫外线和部分红外线.在溶液中,吸收能力与溶液的浓度成正比.在这些条件下, $\alpha = \epsilon_\lambda C$,式中 C 是浓度, ϵ_λ 是给定波长 λ 的消光系数.于是式(5-100)改写成

$$I = I_0 e^{-\epsilon_\lambda Cx} \tag{5-101}$$

对于一个吸收光线的化合物,其 ϵ_λ - λ 曲线叫做吸收光谱.吸收光谱与原子(分子)的排列方式有关,用它可测定化合物的浓度.

例5.13 图5-57表示从280~340 nm的紫外辐射进入正常皮肤的情况.角质层是一层死细胞,马尔皮基氏层中活细胞含有色素颗粒.图中的阴影宽度与选定深度处的辐射强度成正比.试用这个图比较人的皮肤对280~320 nm辐射波长的吸收系数.

解 因 $I = I_0 e^{-\alpha x}$,所以

$$\ln \frac{I_0}{I} = \alpha x$$

对于 $\lambda = 280\ \text{nm}$,在 $x = 7\ \mu\text{m}$ 时从图中估计的 $I/I_0 = 1/2$,则

$$\alpha_{280} = \frac{\ln 2}{7\mu\text{m}}$$

对于 $\lambda = 320 \text{ nm}$, 在 $x = 22 \mu\text{m}$ 时从图上估计的 $I/I_0 = 1/2$, 则

$$\alpha_{320} = \frac{\ln 2}{22\mu\text{m}}$$

故

$$\frac{\alpha_{280}}{\alpha_{320}} = \frac{22}{7} = 3.1$$

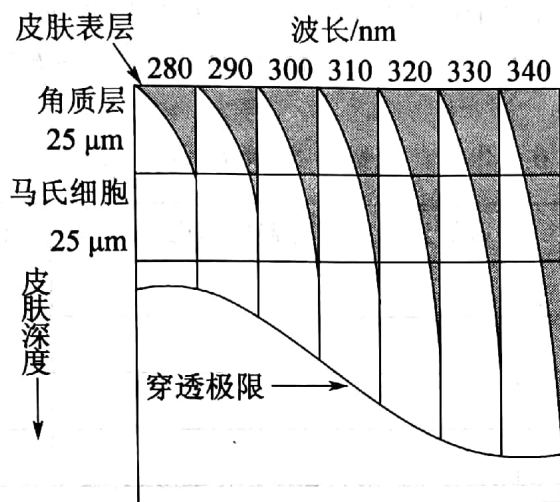


图 5-57 紫外辐射对人体皮肤的穿透

5.5.8 生物学中的紫外辐射

波长为 $0.004 \sim 0.40 \mu\text{m}$ 的电磁波叫做紫外线. 紫外线的光子能量较红外线的光子能量大许多倍, 但是紫外辐射与 X 射线不同, 它不能够深入贯穿大的有机体 (见图 5-57), 它的效应是表面效应, 如晒斑以及一些皮肤中存在的物质经照射变成了维生素 D. 由于大气的吸收, 在地球表面的紫外线波长范围为 $0.287 \sim 0.390 \mu\text{m}$.

红斑是经紫外辐射以后皮肤发红的现象, $0.2967 \mu\text{m}$ 的紫外辐射产生这种效应最明显. 这种辐射损伤表皮中的细胞并且释放一些物质扩散到皮肤里层, 使小血管扩张, 表皮在短时间内变厚, 并且在皮下层产生色素.

临床上用紫外辐射治疗佝偻病和缺少维生素的皮肤病, 可用辐射治疗作为合成药物和抗菌素的治疗的辅助手段.

紫外辐射对细胞的影响总是有害的, 低于 310 nm 的紫外辐射是产生皮肤瘤的主要因素. 另外, 紫外辐射是生物学研究的重要工具, 它在产生微生物的突变中特别有用.

★ 习 题 5

5-1 一点电荷在电场中一定是沿电力线运动的, 这种说法对吗? 为什么?

5-2 求电偶极子的电场强度时, 用高斯定理求解如下: 作一包围电偶极子在内的半径为 R 的球面 S , 则

$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = E \cdot 4\pi R^2$, 由高斯定理有 $\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\sum q}{\epsilon_0} = 0$, 所以 $E = 0$. 这种解法对吗?



扫描全能王 创建

5-3 两个相距 r 的点电荷带电量分别为 q 和 $(Q-q)$, 求两点电荷之间有最大斥力时 Q/q 比值为多少? 最大斥力为多少?

5-4 一根长为 L 的细棒线密度为 η_e , 点 P 离棒的一端的垂直距离是 r , 求点 P 的电场强度.

5-5 一点电荷 q 放在球形高斯面的中心处, 求穿过高斯面的电通量的变化情况: (1) 在高斯面外再放一点电荷; (2) 在高斯面内再放一点电荷; (3) 把原来的点电荷在高斯面内改变位置.

5-6 有两个同心的金属球面, 大球半径为 R_1 , 小球半径为 R_2 , 若大球面带正电 Q , 小球面带负电 $-Q$, 求大球面外、两球面间、小球面内的电场强度和电势.

5-7 求均匀带电圆盘轴线上的电场强度和电势分布. 设圆盘半径为 R 、面电荷密度为 σ_e .

5-8 求均匀带电的无限长细棒的电场强度分布, 其线密度为 η_e .

5-9 一面电荷密度为 σ_e 的无限大均匀带电平面, 中间有一半径为 R 的圆孔, 求通过圆孔中心轴线上任一点的电场强度分布.

5-10 一空气平板电容器, 在充电后注入石蜡, 比较下面两种情况电容器各参数的变化:

电容器参数	石蜡注入时电容器已与电源断开	石蜡注入时电容器仍与电源相接
电量 Q		
电场强度 E		
电容 C		
能量密度 ρ_e		

5-11 神经纤维组织可以近似地看成是细长的圆柱导线. 设它的直径为 10^{-5} m, 电阻率为 $2 \Omega \cdot \text{m}$, 求 3 m 长神经的电阻是多少?

5-12 如图 5-58 所示, 求通过每一个电阻的电流.

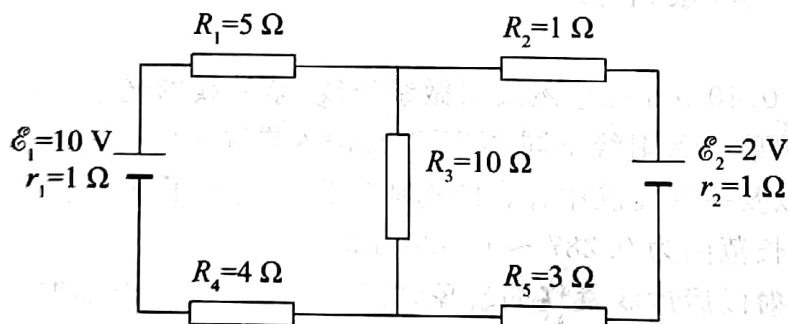


图 5-58 习题 5-12 图

5-13 如图 5-59 所示, 求各支路的电流.

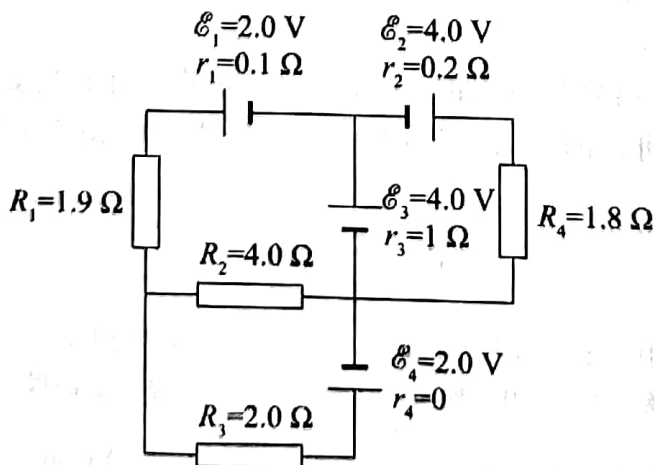


图 5-59 习题 5-13 图



5-14 某闪光灯上的电容器的电容为 $100\ \mu\text{F}$, 充电到电势差为 $1\ 000\ \text{V}$. 试完成以下各题: (1) 求电容器极板上的电量; (2) 求电容器储存的能量; (3) 在放电过程中经 $0.001\ \text{s}$ 后, 电容器上的电量是开始时的 0.37 倍, 求放电电阻值; (4) 求电容器在全部放电过程中所消耗的能量.

5-15 细胞膜厚 $10^{-8}\ \text{m}$, 膜内外电势差为 $-90\ \text{mV}$, 求 K^+ 由膜内扩散到膜外所做的功?

5-16 在某一特殊的轴突中, 氯离子在 $37\ ^\circ\text{C}$ 的平衡电势为 $-80\ \text{mV}$, 如果在细胞外氯离子的浓度为 $110\ \text{mol/m}^3$, 求它在细胞内的浓度. (在习题中没有给出所需要的数值时, 可以采用表 5-1 和图 5-20 中的数据)

5-17 如果人体脊柱的直径为 $1\ \text{cm}$, 轴突的平均直径为 $10\ \mu\text{m}$, 试估算脊柱中轴突的数目.

5-18 试计算在一段长 $1\ \text{m}$ 、半径为 $2\ \mu\text{m}$ 的无髓鞘轴突轴浆的电阻.

5-19 一段无髓鞘轴突的长度为 $1\ \text{cm}$ 、半径为 $2\ \mu\text{m}$, 求: (1) 细胞膜电容; (2) 细胞膜的泄漏电阻.

5-20 一根无髓鞘轴突的间隔参数为 $2 \times 10^{-4}\ \text{m}$, 求出它的半径.

5-21 在一段长度为 $1\ \text{cm}$ 、半径为 $2\ \mu\text{m}$ 的轴突内有多少个钾离子和钠离子?

5-22 将通有电流 $I = 2\ \text{A}$ 的无限长直导线折成直角 xOy , 如图 5-60 所示, 求点 P 的磁感应强度.

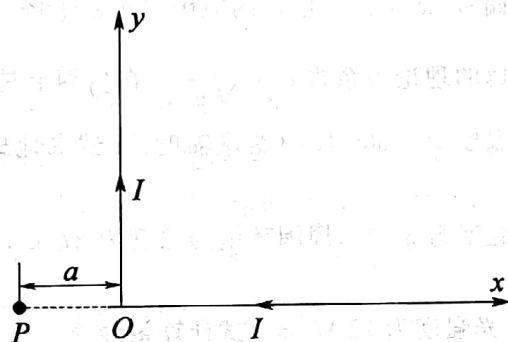


图 5-60 习题 5-22 图

5-23 如图 5-61 所示, 两段同心圆弧构成一个闭合扇形载流回路, 对应的圆心角为 θ , 求圆心 O 处的磁感应强度为多少?

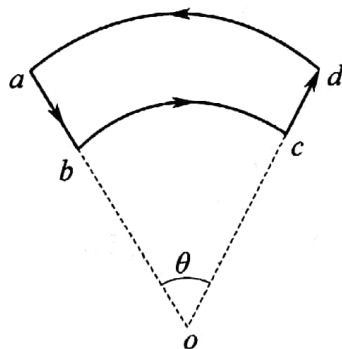


图 5-61 习题 5-23 图

5-24 设通过圆柱导体的电流 I 均匀分布在圆柱体的截面上, 截面半径是 R , 如果圆柱体很长, 则在靠近它的中部且离它不远处的磁场具有对称性, 方向与圆柱体的轴线垂直, 用安培环路定律求该圆柱体上的电流在上述部分的内外磁场.

5-25 一电子以速率 $v = 3.010\ \text{m/s}$ 射入 $B = 1.0\ \text{T}$ 的均匀磁场, 电子的速度方向与磁场方向垂直. 求电子所受到的洛伦兹力, 并与它在地面上所受到的重力作比较. (电子的电量 $-e = -1.6 \times 10^{-19}\ \text{C}$, 电子的质量 $m = 9.1 \times 10^{-31}\ \text{kg}$)

5-26 两无限长载流直导线相互平行, 两导线的垂直距离为 a , 所载电流的方向一致, 大小分别为 I_1 、 I_2 , 试分析两导线每单位长度所受的力.

5-27 一半圆形闭合线圈, 半径 $R = 0.1\ \text{m}$, 通以电流 $I = 10\ \text{A}$, 放在 $B = 0.5\ \text{T}$ 的均匀磁场中, 磁场方



向与线圈平面平行,求线圈所受的力矩大小和方向.

5-28 如图 5-62 所示,一铜片的厚度为 $d = 1.0 \text{ mm}$,放在 $B = 1.5 \text{ T}$ 的均匀磁场中,磁场方向与铜片表面垂直.如果铜片载有电流 $I = 200 \text{ A}$.求铜片上下两侧的霍耳电势,铜片的宽度 b 对其霍耳电势有无影响?(铜片的自由电子浓度为 $n = 8.4 \times 10^{28} \text{ 个/立方米}$)

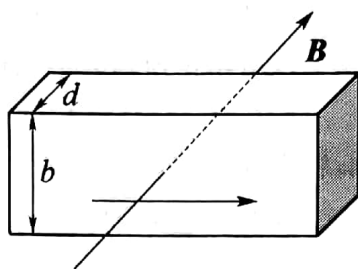


图 5-62 习题 5-28 图

5-29 均匀磁场的磁感应强度 B 的方向垂直向下,如果有两个电子以大小相等、方向相反的速度沿水平方向射入磁场.试问两个电子作什么运动?如果一个是正电子,一个是电子,运动又如何?

5-30 一束质子发生了侧向偏转,造成这个偏转的原因可否是电场?可否是磁场?

5-31 试验正自由空间中光速的理论关系式 $c = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}}$ 在量纲上是正确的.

5-32 假设太阳是一个表面温度为 6000 K 的黑体辐射器.试求地球大气外缘的太阳辐射强度,并与 1353 W/m^2 的测定值比较.

5-33 已知一只老鼠的皮肤温度为 37°C ,周围环境的温度为 27°C ,身体的表面积为 30 cm^2 .试求老鼠的净辐射功率.

5-34 设波长为 500 nm 的日光强度为 12 W/m^2 ,试计算每秒钟进入瞳孔直径为 5.0 mm 的人眼的光子数.

