糖尿病患者

某人群

饲料

12只大白鼠

婚姻状况

生育数量

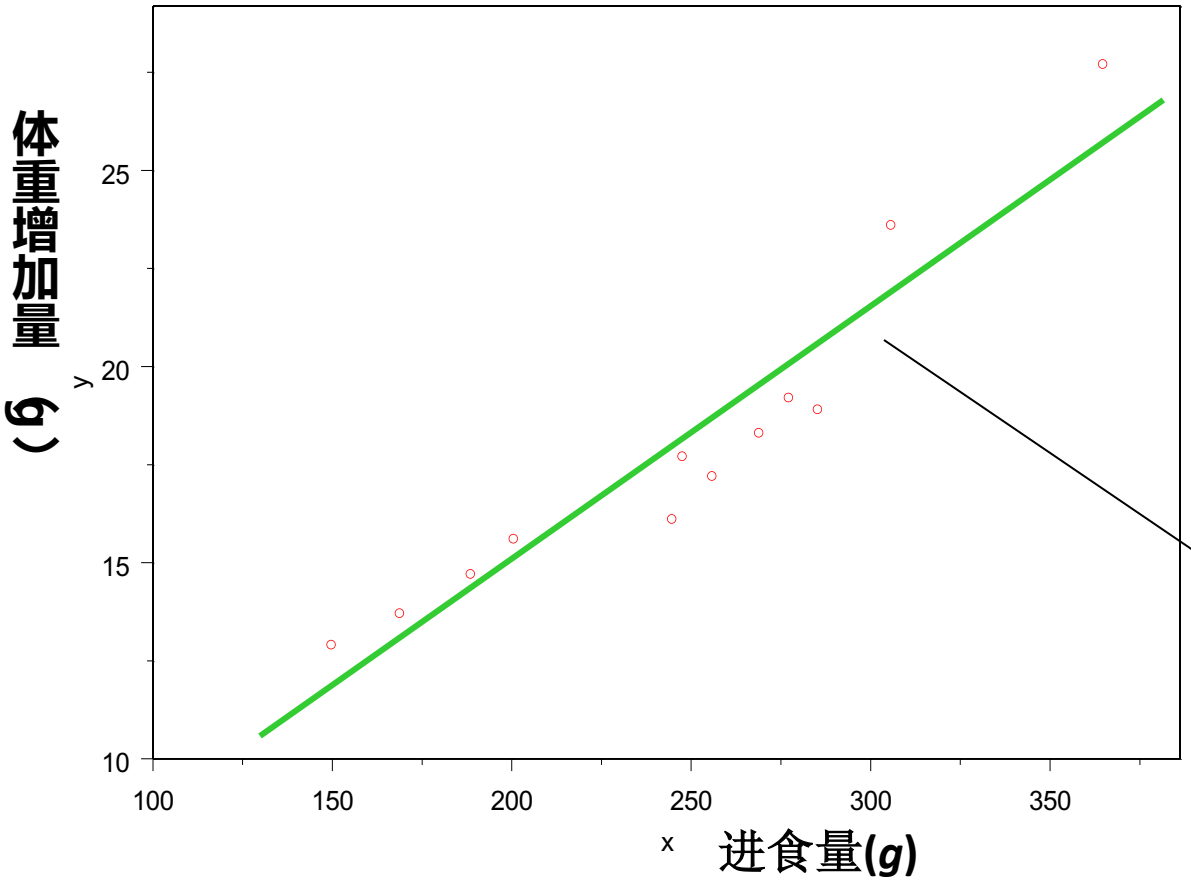
案例：

用某饲料喂养12只大白鼠，得出大鼠进食量与体重增加量如表1。试分析大鼠的进食量和体重增加量之间的回归关系。

表1　12只大白鼠进食量（g）与体重增加量（g）

序号(1)	进食量X (2)	体重增加值Y (3)
1	305.7	23.6
2	188.6	14.7
3	277.2	19.2
4	364.8	27.7
5	285.3	18.9
6	244.7	16.1
7	255.7	17.2
8	149.8	12.9
9	268.9	18.3
10	247.6	17.7
11	168.8	13.7
12	200.6	15.6
合计	2957.9 ΣX	215.6 ΣY

案例中：



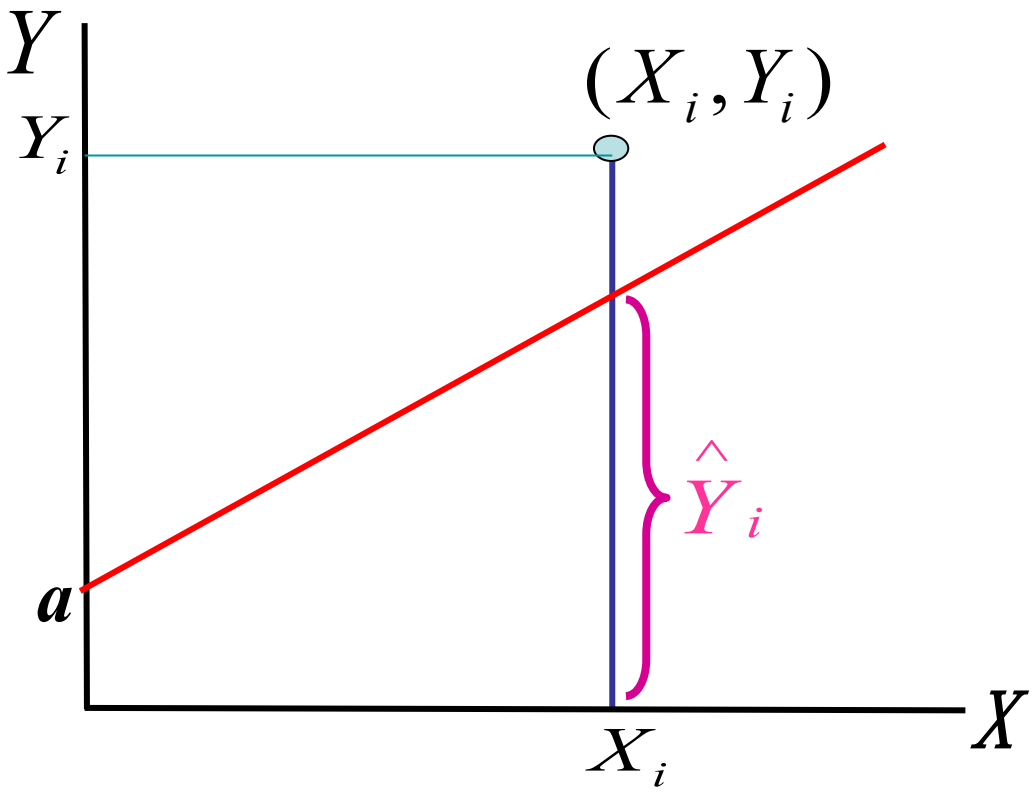
直线回归 /
简单回归
linear regression /
simple regression

直线回归方程
linear regression equation

12只大白鼠的进食量(*g*) 与体重增加量(*g*)散点图

一元线性回归方程：$Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$

模型系数　残差



一般表达式：

$$\hat{Y} = a + bX$$

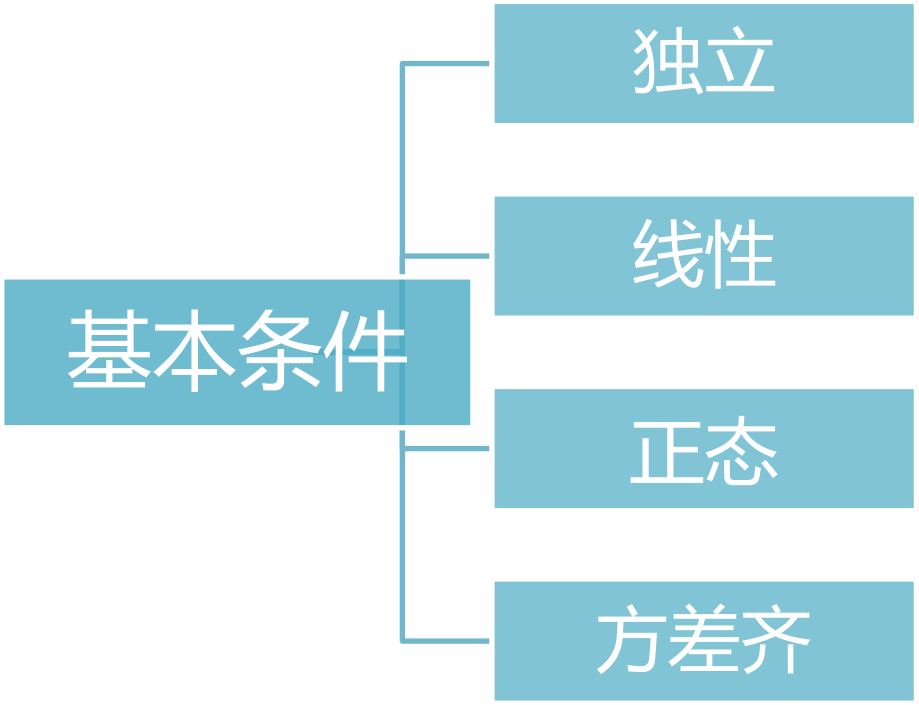
应变量Y的估计值　估计值　自变量

a、b是α、β的估计值。

a：截距(intercept),直线与Y轴交点的纵坐标。

b：斜率(slope)，样本回归系数(regression coefficient)

意义：*X*每改变一个单位，*Y*平均改变*b*个单位。



了解：均值、标准差、最大值、最小值、正态分布情况
观察：质量、缺少值、异常值

最小二乘法(least square method)

使因变量的观察值(Y)与估计值($\hat{Y}$)之间的离差平方和达到最小来求得*a*和*b*的方法。即：

$$Q(a,b)=\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\hat{Y})^2=\sum_{i=1}^{n}(Y_i-a-bX_i)^2=\sum_{i=1}^{n}e_i^2\rightarrow\min$$

该方程组有唯一的一组解，即：

$$b=\frac{\sum(X-\overline{X})(Y-\overline{Y})}{\sum(X-\overline{X})^2}=\frac{l_{XY}}{l_{XX}}$$

$$a=\overline{Y}-b\overline{X}$$

$\sum\left(Y_i-\hat{Y}_i\right)=0$

过点$\left(\overline{X},\overline{Y}\right)$

表1　12只大白鼠的进食量(g)与体重增加量(g)

序号(1)	进食量X (2)	体重增加值Y (3)	X^2 (4)	Y^2 (5)	XY (6)
1	305.7	23.6	93452.49	556.96	7214.52
2	188.6	14.7	35569.96	216.09	2772.42
3	277.2	19.2	76839.84	368.64	5322.24
4	364.8	27.7	133079.04	767.29	10104.96
5	285.3	18.9	81396.09	357.21	5392.17
6	244.7	16.1	59878.09	259.21	3939.67
7			65484.81	295.84	4401.48
8			22440.04	166.41	1932.42
9	268.9	18.3	72307.21	334.89	4920.87
10	247.6	17.7	61305.76	313.29	4382.52
11	168.8	13.7	28493.44	187.69	2312.56
12	200.6	15.6	40240.36	243.36	3129.36
合计	2957.9 ΣX	215.6 ΣY	770487.13 ΣX^2	4066.9 ΣY^2	55825.2 ΣXY

$\overline{X} = 246.49$

$\overline{Y} = 17.97$

$$l_{XX}=\Sigma X^2-\frac{(\Sigma X)^2}{n}=770487.1-\frac{2957.9^2}{12}=41398.4$$

$$l_{YY}=\Sigma Y^2-\frac{(\Sigma Y)^2}{n}=4066.9-\frac{215.6^2}{12}=193.3$$

$$l_{XY}=\Sigma(X-\overline{X})(Y-\overline{Y})=\Sigma XY-\frac{(\Sigma X)(\Sigma Y)}{n}$$

$$=55825.2-\frac{2957.9\times215.6}{12}=2681.6$$

从而，回归系数$b=\frac{l_{XY}}{l_{XX}}=\frac{2681.6}{41389.4}=0.0648$

截距$a=\overline{Y}-b\overline{X}=17.97-0.0648\times246.49=2.00$

例1资料的回归方程：$\hat{Y}=2.00+0.0648X$

X和Y是否存在线形回归关系

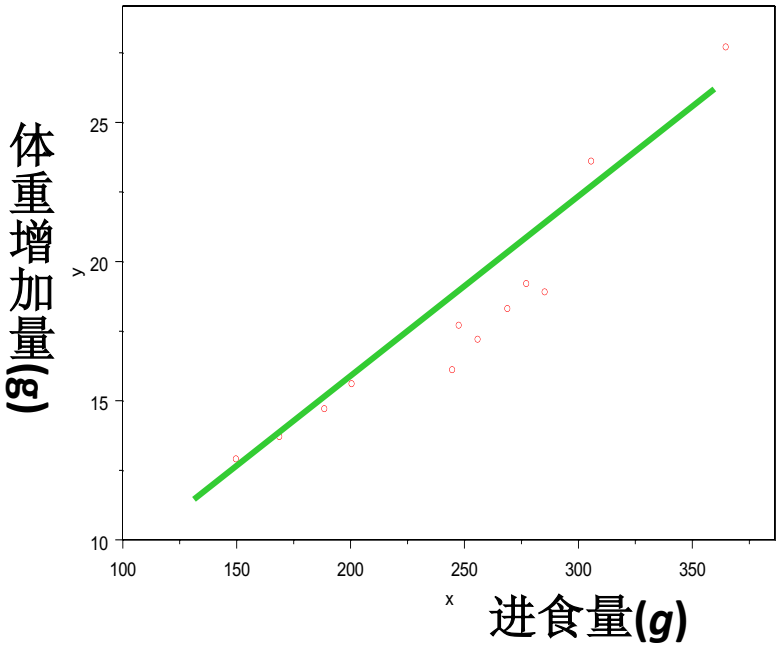


图1　12只大白鼠的进食量(*g*)与体重增加量(*g*)散点图

$$\hat{Y} = a + bX$$

对β是否为0进行假设检验

样本回归系数

不存在线性关系 → β=0

***b*≠0的原因：**

- 存在回归关系，总体回归系数$\beta \neq 0$
- 由于抽样误差引起，总体回归系数$\beta = 0$

回归系数的t 检验

解：1. 提出检验假设，确定显著性水平

H_0：$\beta = 0$

H_1：$\beta \neq 0$　　$\alpha = 0.05$

$$\sqrt{F} = \sqrt{88.6} = 9.41 \approx t$$

2. 计算统计量

$$t = \frac{b - 0}{S_b} = \frac{0.0648}{0.00688} = 9.42, \quad \upsilon = 10$$

3. 确定P值，下结论　查t界值表，P<0.001，

按α=0.05的检验水准拒绝H_0,接受H_1，故可认为体重的增加量与进食量之间有直线关系。

例题

样本回归系数b=0.0648，估计总体回 归系数b的95%可信区间。

解：

S_b=0.00688，df=12-2=10

查t界值表，得$t_{0.05/2,10}$=2.228，故β的95％可信区间是

(0.0648-2.228×0.00688， 0.0648+2.228×0.00688)

=(0.0495，0.0801)